ಭಾರತಾರ್ಯ ಸಂಸ್ಕೃತ ಪ್ರೇಮಮಂಡಲಿನಾ ನಿರ್ಧಾರಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಾನಿ

ಪ್ರಾರಂಭಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಂ

ಪ್ರಕಾಶಕ:
ರಾಮದಾಸ ಶ್ರೀ ಕೃಷ್ಣಜಯಂತೀ ಗೋಸಾಈ

ಬೆಂಗಳೂರು ಪ್ರೆಸ್
ಮೈಸೂರು ರೋಡು, ಬೆಂಗಳೂರು ಸಿಟಿ
೧೯೪೪

ಬೆಲೆ: ೦–೧೨–೦

ಆನಂದ ಕುಸುಮಮಾಲಾ ಸೀರೀಸ್ ೨೨

ಸೂ

ಪ್ರಥಮ ಮುದ್ರಣ ೧,೦೦೦

ಸೂ

ಸೂ

ಸೂ

ವಿಷಯಾನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

ಶ್ರೀಃ

ಅಂಕಗಣಿತಂ

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

ಅಥ ಸಂಕಲಿತ ವ್ಯವಕಲಿತಯೋಃ ಕರಣಸೂತ್ರಂ ವೃತ್ತಾರ್ಧಂ ।

ಈಗ ಸಂಕಲನ ವ್ಯವಕಲನವಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಅರ್ಧಶ್ಲೋಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ—(ಸೂತ್ರಂ೧) ಕಾರ್ಯಃ ಕ್ರಮಾದುತ್ಕ್ರಮತೋಽಥವಾಂಕಯೋಗೋಯಥಾಸ್ಥಾನಕಮಂತರಂವಾ ॥ ಕ್ರಮಾತ್ ಅಥವಾ ಉತ್ಕ್ರಮತಃ ಯಥಾಸ್ಥಾನಕಂ ಯೋಗಃ ಕಾರ್ಯಃ ವಾ ಅನ್ತರಂ ಕಾರ್ಯಂ ॥

ಕ್ರಮರೀತಿಯಿಂದ ಅಥವಾ ಉತ್ಕ್ರಮರೀತಿಯಿಂದ ಯಥಾಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ ಒಂದನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಒಂದನೇ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಿಂದ, ದಶಸ್ಥಾನದ ಅಂಕವನ್ನು ದಶಸ್ಥಾನೀ ಅಂಕಿಯಿಂದ, ಶತಸ್ಥಾನೀ ಅಂಕವನ್ನು ಶತಸ್ಥಾನೀ ಅಂಕದಿಂದ ಕೂಡಿಸಬೇಕು ಅಥವಾ ಕಳಿಯಬೇಕು.

ಅಯೇ ಬಾಲೇ ಲಿಲಾವತಿ ಮತಿ ಮತಿ ಬ್ರೂಹಿ ಸಹಿತಾನ್ । ದ್ವಿಪಂಚದ್ವಾತ್ರಿಂಶತ್ರಿವವತಿಶತಾಽಷ್ಟಾದಶದಶ । ಶತೋಪೇತಾನೇತಾನಯುತ ವಿಯುತಾಂಶ್ಚಾಪಿವದಮೇ ಯದಿವ್ಯಕ್ತೇ ಯುಕ್ತಿವ್ಯವಕಲನಮಾರ್ಗೇಽಸಿ ಕುಶಲಾ ॥

ಅಯೇ ಬಾಲೇ ಮತಿಮತಿ ಲೀಲಾವತಿ! ಯದಿ, ವ್ಯಕ್ತೇ, ಯುಕ್ತಿ, ವ್ಯವಕಲನ ಮಾರ್ಗೇ, ಕುಶಲಾ, ಅಸಿ, ತದಾ, ಮೇ, ದ್ವಿ, ಪಂಚದ್ವಾತ್ರಿಂಶತ್, ತ್ರಿನವತಿ ಶತ ಅಷ್ಟಾದಶ, ದಶ, ಶತ, ಉಪೇತಾನ್ ಏತಾನ್ ಸಹಿತಾನ್ ಬ್ರೂಹಿ । ಅಯುತ ವಿಯುತಾನ್ ಚ ಅಪಿವದ ಸಂಯೋಜನಾತ್ ಜ್ಞಾತಂ (೩೬೦) ಷಷ್ಟ್ಯಧಿಕತ್ರಿಶತಂ । ಬುದ್ಧಿವಂತಳು ಎಂಬ ಗರ್ವವುಳ್ಳ ಹದಿನಾರು ವರುಷದ ವಯಸ್ಸಿನ ಲೀಲಾವತಿಯೇ! ನೀನು ಪಾಠೀ (ಅಂಕ)ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸ್ಸುವದಕ್ಕೂ ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವದಕ್ಕೂ ಚದುರಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಈ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಎಷ್ಟು ಮೊತ್ತ

ವಾಗುವದು ಎಂಬದನ್ನು ತಿಳಿಸು. ಮತ್ತು ಆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ದಶಸಹಸ್ರ ದಿಂದ ಕಳೆದರೆ ಏನು ಬಾಕಿಯಾಗುವದು ಎಂಬದನ್ನು ಹೇಳು.

೨+೫+೩೨+೧೯೩+೧೮+೧೦+೧೦೦ ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದ್ದರಿಂದ ೩೬೦ ಆಗುತ್ತೆ.

ಅಯುತ ೧೦,೦೦೦ ಭೋಧಿತೇ ಜಾತಂ ೯೬೪೦।

೧೦,೦೦೦–೩೬೦=೯೬೪೦ ಚತ್ವಾರಿಂಶದಧಿಕ ಷಷ್ಟಿನವತಿಶತಂ ಅಥವಾ ಚತ್ವಾರಿಂಶದಧಿಕ ಷಟ್‌ಶತೋತ್ತರ ನವಸಹಸ್ರಂ । ಇತಿ ಸಂಕಲಿತ ವ್ಯವಕಲಿತೇ ॥

ಅಥ ಗುಣನೇ ಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ಸಾರ್ಧ್ದವೃತ್ತದ್ವಯಂ।

ಗುಣಾಕಾರಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಅರ್ಧ ಶ್ಲೋಕದಿಂದ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ— (ಸೂತ್ರಂ ೨) ಗುಣ್ಯಾನ್ತ್ಯಮಂಕಂಗುಣಕೇನಹನ್ಯಾ । ದುತ್ಸಾರಿತೇನೈವ ಮುಪಾಂತ್ಯಮಾದೀನ್ ॥ ಗುಣಾನ್ತ್ಯಂ ಅಂಕಂ ಗುಣಕೇನಹನ್ಯಾತ್ । ಏವಂ ಉತ್ಸಾರಿತೇನ ಗುಣಕೇನ ಉಪಾನ್ತಂ ಹನ್ಯಾತ್ । ಏವಂ ಆದೀನ್ ಹನ್ಯಾತ್ ।

ಗುಣ್ಯದ ಅಂತ್ಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಗುಣಾಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು ; ಪುನಃ ಅದರ ಸಮಿಾಪದಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಅದೇ ಗುಣ್ಯ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ ಅದೇ ಗುಣ್ಯ ಆದಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಆದಿಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ಅಂಕಿಗಳಿರುತ್ತವೆಯೋ ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಈ ಗುಣಕಗಳ ಎಂಥಾರೂಪವಾಗುವದೋ ಅದರಿಂದಲೇ ಗುಣನಕ್ರಿಯೆಗಳು ಆಗುತ್ತವೆ. ಈ ಕಾರಣ ಈ ಗುಣಾಕಾರ ರೀತಿಗೆ **ರೂಪಗುಣಾಕಾರವೆಂದು** ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಅತ್ರೋದ್ದೇಶಕಃ । ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ರೀತಿಯ ಉದಾಹರಣೆ—

ಬಾಲೇ ಬಾಲಕುರಂಗ ಲೋಲನಯನೇ ಲೀಲಾವತಿ ಪ್ರೋಚ್ಯತಾಂ। ಪಂಚತ್ರ್ಯೇಕಮಿತಾ ದಿವಾಕರಗುಣಾ ಅಂಕಾಃ ಕತಿಸ್ಯುರ್ಯದಿ । ರೂಪ ಸ್ಥಾನ ವಿಭಾಗ ಖಂಡಗುಣನೇ ಕಲ್ಪಾಸಿ ಕಲ್ಯಾಣಿನಿ । ಛಿನ್ನಾಸ್ತೇನ ಗುಣೇನ ತೇಚ ಗುಣಿತಾ ಅಂಕಾಃ ಕತಿ ಸ್ಯುರ್ವದ ॥

ಹೇ ಬಾಲೇ! ಬಾಲಕುರಂಗಲೋಲನಯನೇ! ಲೀಲಾವತಿ! ಕಲ್ಯಾಣಿನಿ! ಯದಿರೂಪಸ್ಥಾನ ವಿಭಾಗಖಂಡ ಗುಣನೇ ಕಲ್ಪಾಸಿ ತರ್ಹಿ ಪಂಚತ್ರ್ಯೇಕಮಿತಾಃ ಅಂಕಾಃ ದಿವಾಕರಗುಣಾಃ ಕತಿಸ್ಯುಃ ಇತಿ ಪ್ರೋಚ್ಯತಾಂ । ಅಥ ಚತೇ ಗುಣಿತಾಃ ಜಾತಾಃ ತೇನ ಗುಣೇನಭಿನ್ನಾಃ ಕತಿಸ್ಯುಃ । ಇತಿ ಚ ವದ ॥

ಎಲೈ ಬಾಲಕಿಯೇ! ಹುಲ್ಲೇ ಕರುವಿನ ಕಣ್ಣುಗಳಂತೆ ಚಂಚಲಗಳಾದ ನೇತ್ರಗಳುಳ್ಳವಳೇ ! ಚಮತ್ಕಾರಗಳಿಗೆ ಗಣಿಸ್ವರೂಪಳಾಗಿರುವಳೇ! ಹೇ ಮಂಗಳೇ! ಲೀಲಾವತಿಯೇ! ರೂಪದ, ಸ್ಥಾನದ, ವಿಭಾಗದ ಮತ್ತು ಖಂಡನದ ರೀತಿಯಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದರೆ ಒಂದನೂರ ಮೂವತ್ತೈದನ್ನು (೧೩೫) ಹನ್ನೆರಡರಿಂದ (೧೨) ಗುಣಾಕಾರಮಾಡಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಏನಾಗುವದು ಎಂಬದನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯಿಂದಲೂ ಹೇಳು ಮತ್ತು ಅದೇ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ೧೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧವೇನಾಗುವದು ಎಂಬದನ್ನು ಕೂಡ ಹೇಳು.

ನ್ಯಾಸ:—ಗುಣ್ಯಃ ೧೩೫, ಗುಣಕಃ ೧೨. ಗುಣ್ಯಾಂತ್ಯಮಂಕಂ ಗುಣಕೇನ ಹನ್ಯಾದಿತಿ ಕೃತೇ ಜಾತಂ ೧೬೨೦. ೧೩೫×೧೨ = ೧೬೨೦. ೧೬೨೦÷೧೨=೧೩೫ ಈರೀತಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ರೂಢಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತೆ. ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯವರ್ಯರ ರೀತಿ ಹ್ಯಾಗಂದರೆ—

೧೩೫	ದಶಕಸ್ಥಾನ ೧ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ	೧೩೫
೧೨	ಏಕಸ್ಥಾನದ ೨ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಒಂದು	೨೭೦
	ಸ್ಥಾನ ಮುಂದರಿಸಿದರೆ—ಮೊತ್ತವು ಅದೇ	೧೬೨೦

ಖಂಡಗುಣಾಕಾರ ರೀತಿ—(ಸೂತ್ರಂ ೩) ಗುಣ್ಯಸ್ತ್ವಧೋಽಧೋ ಗುಣಖಂಡ ತುಲ್ಯಸ್ತೈಃ ಖಂಡಕೈಃ ಸಂಗುಣಿತೋಯುತೋವಾ ॥ ವಾ ಗುಣ ಖಂಡತುಲ್ಯಃ ಗುಣ್ಯಃ ಅಧಃ ಅಧಃ ತೈಃ ಖಂಡಕೈಃ ಸಂಗುಣಿತಃ ತತಃ ಯುತಃ ಫಲಂ ಭವತಿ ॥

ಅಥವಾ ಗುಣಕದ ಖಂಡ ಎಷ್ಟನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೋ, ಅಷ್ಟೊಂದು ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣ್ಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿ ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಖಂಡ

ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಆಗ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಪ್ರಾಪ್ತಿಯಾಗುತ್ತೆ.

ನ್ಯಾಸ :—ಅಥವಾ ಗುಣರೂಪವಿಭಾಗೇ ಖಂಡೀಕೃತೇ ೮+೪=೧೨ ಆಭ್ಯಾಂ ಪೃಥಕ್‌ಗುಣ್ಯೇ ಗುಣಿತೇ ಚ ಜಾತಂ ತದೇವ ೧೬೨೦.

$\frac{\text{೧೩೫}\times\text{೮}}{\text{೧೦೮೦}}$, $\frac{\text{೧೩೫}\times\text{೪}}{\text{೫೪೦}}$, $\begin{array}{r}\text{೧೦೮೦}\\ \text{೫೪೦}\\ \hline \text{೧೬೨೦}\end{array}$ ಗುಣಕ ಅಂಕಿಯನ್ನು ೮,೪ ಎಂಬ ದಾಗಿ ಎರಡು ಖಂಡಮಾಡಿ ೧೩೫ನ್ನು ಎಂಟರಿಂದಲೂ, ಪುನಃ ೧೩೫ನ್ನು ನಾಲ್ಕರಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳೆರಡನ್ನು ಸಂಕಲಮಾಡು ವದರಿಂದ ಅದೇ ೧೬೨೦ ಗುಣಲಬ್ಧ ಬರುತ್ತದೆ—ಇದಕ್ಕೆ ಖಂಡನ ಗುಣಾಕಾರವೆಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ವಿಭಾಗಗುಣಾಕಾರ—(ಸೂತ್ರಂ ೪) ಭಕ್ತೋಗುಣಃ ಶುಧ್ಯತಿ ಯೇನ ತೇನಲಬ್ಧ್ವಾಚ ಗುಣ್ಯೋ ಗುಣಿತಃ ಫಲಂ ವಾ ॥ ಗುಣಃ ಯೇನ ಭಕ್ತಃ ಸನ್‌ಶುದ್ಧ್ಯತಿ ತೇನ ಲಬ್ಧ್ಯಾಚ ಗುಣಿತಃ ಗುಣ್ಯಃ ಫಲಂ ಭವತಿ ॥

ಅಥವಾ ಗುಣಕರ್ಮದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಭಾಗಮಾಡೋಣ ದರಿಂದ ನಿಃಶೇಷವಾಗುವದೋ ಆ ಭಾಗದ್ವಯಗಳಿಂದ ಗುಣ್ಯವನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ನಂತರ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತೆ. ಹ್ಯಾಗಂದರೆ— ನ್ಯಾಸ ಗುಣ್ಯ ೧೩೫, ಗುಣಕಃ ೧೨. ೧೨÷೩=೪, ೧೩೫×೩=೪೦೫×೪ =೧೬೨೦ ಬರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ರೀತಿ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ **ವಿಭಾಗ ಗುಣಾಕಾರ** ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಸ್ಥಾನ ಗುಣಾಕಾರ—(ಸೂತ್ರಂ ೫) ದ್ವಿಧಾಭವೇದ್ರೂಪವಿಭಾಗ ಏವಂ ಸ್ಥಾನೈಃ ಪೃಥಗ್ವಾಗುಣಿತಃ ಸಮೇತಃ ॥ ವಾ ಸ್ಥಾನೈಃ ಪೃಥಕ್ ಗುಣಿತಃ ಸಮೇತಃ ಫಲಂ ಭವತಿ । ಏವಂ ರೂಪವಿಭಾಗಃ ದ್ವಿಧಾ ಭವೇತ್ ।

ಅಥವಾ ಗುಣಕದ ಏಕಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಪುನಃ ದಶಕಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಗುಣಲಬ್ಧ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಬರುವ ಮೊತ್ತವು ಅದೇ ೧೬೨೦ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದು

ಹ್ಯಾಗಂದರೆ—ನ್ಯಾಸಃ—ಅಥವಾ ಸ್ಥಾನವಿಭಾಗೇ ೧, ೨ ಆಭ್ಯಾಂ ಪೃಥಗ್ಗುಣ್ಯೇಗುಣಿತೇಯಥಾ ಸ್ಥಾನಯುತೇ ಜಾತಂ ತದೇವ ॥

$\frac{೧೩೫ \times ೨}{೨೭೦}$ $\frac{೧೩೫ \times ೧}{೧೩೫}$ $\left\{ \begin{array}{r} ೧೩೫ \\ ೨೭೦ \\ \hline ೧೬೨೦ \end{array} \right.$ ದಶಕಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳು ಏಕಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳು ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಅದೇನೇ.

ತಮ್ಮ ತಮ್ಮ ಮನೋಭಾವದಂತೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ರೀತಿ: (ಸೂತ್ರಂ ೬) ಇಷ್ಟೋನ ಯುಕ್ತೇನ ಗುಣೇನ ನಿಘ್ನೋಽಭೀಷ್ಟಘ್ನ ಗುಣ್ಯಾನ್ವಿತ ವರ್ಜಿತೋವಾ । ವಾ ಇಷ್ಟೋನ ಯುಕ್ತೇನ ಗುಣೇನ ನಿಘ್ನಃ ಗುಣ್ಯಃ ಅಭೀಷ್ಟಘ್ನ ಗುಣ್ಯಾನ್ವಿತ ವರ್ಜಿತಃ ಫಲಂ ಭವತಿ ॥

ನ್ಯಾಸಃ—ಗುಣ್ಯಃ ೧೩೫, ಗುಣಕಃ ೧೨, ದ್ವ್ಯೂನೇನ ೧೦ ಗುಣೇನ ದ್ವಾಭ್ಯಾಂಚ ಪೃಥಕ್ ಗುಣ್ಯೆ ಗುಣಿತೇಚ ಜಾತಂ ತದೇವ ೧೬೨೦.

ಹ್ಯಾಗಂದರೆ $\frac{೧೩೫ \times ೧೦}{೧೩೫೦}$ $\frac{೧೩೫ \times ೨}{೨೭೦}$ $\begin{array}{r} ೧೩೫೦ \\ ೨೭೦ \\ \hline ೧೬೨೦ \end{array}$

ಅಥವಾಷ್ಟಯುತೇನ ೧೨ + ೮ = ೨೦ ಗುಣೇನ ಗುಣ್ಯೇ ಗುಣಿತೇಽಷ್ಟ ೮ ಗುಣಿತ ಗುಣ್ಯ ಹೀನೇಚ ಜಾತಂ ತದೇವ ೧೬೨೦.

$\frac{೧೩೫ \times ೨೦}{೨೭೦೦}$ $\frac{೧೩೫ \times ೮}{೧೦೮೦}$ ೨೭೦೦ ರಲ್ಲಿ ೧೦೮೦ ಕಳೆದರೆ ಅದೇ (೨೭೦೦−೧೦೮೦ = ೧೬೨೦) ಬರುತ್ತದೆ.

ಈಗ ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯವರ್ಯರು ತಾವು ರಚಿಸಿರುವ ಗಣಿತ ಸಾರಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಹ್ಯಾಗೆ ಬೋಧಿಸಿರುತ್ತಾರೆ— ನೋಡಿ.

ಪ್ರಥಮಃ ಪರಿಕರ್ಮ ವ್ಯವಹಾರಃ ॥

ಇತಃ ಪರಂ ಪರಿಕರ್ಮಾಭಿಧಾನಂ ಪ್ರಥಮವ್ಯವಹಾರಮುದಾಹರಿಷ್ಯಾಮಃ । ಇಲ್ಲಿಂದ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಪರಿಕರ್ಮವೆಂಬ ಹೆಸರಿನ ಮೊದಲಿನ ವ್ಯವಹಾರವನ್ನು ನಾವು ಹೇಳೋಣ—

ಪ್ರತ್ಯುತ್ಪನ್ನಃ— ಗುಣಾಕಾರವು — ತತ್ರ ಪ್ರಥಮೋ ಪ್ರತ್ಯುತ್ಪನ್ನ

ಪರಿಕರ್ಮಾಣಿ ಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ಯಥಾ । ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ವೊಟ್ಟವೊದಲು ಮಾಡಬೇಕಾದ ವಿಧಿ ಏನಂದರೆ—

ಗುಣಯೇದ್ಗುಣೇನ ಗುಣ್ಯಂ ಕವಾಟಸನ್ಧಿಕ್ರಮೇಣ ಸಂಸ್ಥಾಪ್ಯ ।
ರಾಶ್ಯರ್ಘ ಖಣ್ಡತ್ಸ್ಥೈರನುಲೋಮ ವಿಲೋಮ ಮಾರ್ಗಾಭ್ಯಾಂ ॥ ೧ ॥

ಗುಣ್ಯಾದ ಕೆಳಗೆ ಗುಣಕವನ್ನು ಇರಿಸಬೇಕು. ಹ್ಯಾಗಂದರೆ ಬಾಗಿಲಿನ ತಿರುಗಣಿ ಕೀಲು ಇರುವಂತೆ ಇರಿಸಿ ಗುಣ್ಯವನ್ನು ಗುಣಕದಿಂದ ಲೋಮ ವಿಲೋಮಗಳೆಂಬ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸುವದು.

ಅನುಲೋಮ.—ಅಂದರೆ ರೂಢಿಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವಿಕೆ. ವಿಲೋಮ ಅಂದರೆ—ಹಿಂದು ಮುಂದು, ತಲೆಕೆಳಕು ಮಾರ್ಗವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ಕ್ರಮ ಹ್ಯಾಗಂದರೆ — ಗುಣ್ಯಃ ೧೯೯೮, ಗುಣಕಃ ೨೭

ಅನುಲೋಮಕ್ರಮ—
```
  ೧೯೯೮ × ೨೭
  ೧೩೯೮೬
  ೩೯೯೬
  ೫೩೯೪೬
```
} ಇದೇ ಈಗ ಎಲ್ಲರು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ರೀತಿ—

ವಿಲೋಮಕ್ರಮ—೧೯೯೮ ೧೯೯೮
೨೭ ೨೭

		ದಶ ಸಾವಿರ	ಸಾವಿರ	ಶತಕ	ದಶಕ	ಏಕ
೨ × ೧ = ೨	೨ × ೧	೨				
೨ × ೯ = ೧೮	೨ × ೯	೧	೮			
೨ × ೯ = ೧೮	೨ × ೯		೧	೮		
೨ × ೮ = ೧೬	೨ × ೮			೧	೬	
೭ × ೧ = ೭	೭ × ೧		೭			
೭ × ೯ = ೬೩	೭ × ೯		೬	೩		
೭ × ೯ = ೬೩	೭ × ೯			೬	೩	
೭ × ೮ = ೫೬	೭ × ೮				೫	೬
೫೩೯೪೬		೫	೩	೯	೪	೬

ಇದಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮಕ್ರಮದ ಗುಣಾಕಾರವೆಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಅತ್ರೋದ್ದೇಶಕಃ । ಉದಾಹರಣೆಗಳು

(೨) ದತ್ತಾನ್ಯೇಕೈಕಸ್ಮೈ ಜಿನಭವನಾಯಾಂಬುಜಾನಿ ತಾನ್ಯಷ್ಟೌ। ವಸತೀನಾಂ ಚತುರುತ್ತರ ಚತ್ವಾರಿಂಶಚ್ಛತಾಯಕತಿ ॥ ಉತ್ತರಂ ೧೧೫೨ ಪಂಚವಿಂಶತ್ಯುತ್ತರ ಏಕಾದಶ ಶತಾಂಬುಜಾನಿ ದತ್ತಾನಿ ॥

ಒಂದೊಂದು ಜೈನ ಮಂದಿರಕ್ಕೆ (ಬಸ್ತಿ) ೮ ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳು ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟವು. ೧೪೪ ಮಂದಿರಗಳಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಹೂವುಗಳು ಬೇಕಾಗುವದು ? (ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಲೋಮ ವಿಲೋಮ ರೀತಿ ಮಾಡಿ ಹೇಳಿ.)

(೩) ನವಪದ್ಮರಾಗ ಮಣಯಸ್ಸಮರ್ಚಿತಾ ಏಕಜಿನ ಗೃಹೇದೃಷ್ಟಾಃ। ಸಾಷ್ಟಾಶೀತಿ ದ್ವಿಶತೀಮಿತ ವಸತಿಷು ತೇ ಕಿಯನ್ತಸ್ಸ್ಯುಃ ॥

ಒಂದೊಂದು ಜೈನಮಂದಿರದಲ್ಲಿ ಪೂಜೆಗಾಗಿ ೯ ಪದ್ಮರಾಗಮಣಿಗಳು ಕೊಡಲ್ಪಡುವದು ಕಾಣಲ್ಪಟ್ಟಿತು. ಇದರಂತೇನೆ ೨೮೮ ದೇವಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಪದ್ಮರಾಗಮಣಿಗಳು ಬೇಕು. (೨೫೯೨ ಪದ್ಮರಾಗಮಣಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತೆ.)

(೪) ಚತ್ವಾರಿಂಶಚ್ಚೈಕೋನ ಶತಾಧಿಕ ಪುಷ್ಯರಾಗ ಮಣಯೋಽರ್ಚ್ಯಾಃ । ಏಕಸ್ಮಿನ್ ಜಿನ ಭವನೇ ಸನವಶತೇ ಬ್ರೂಹಿ ಕತಿ ಮಣಯಃ ॥

ಒಂದು ಜೈನ ಮಂದಿರಕ್ಕೆ ೧೩೯ ಪುಷ್ಯರಾಗಮಣಿಗಳು ಪೂಜಾರ್ಥವಾಗಿ ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟವು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ೧೦೯ ಜೈನಮಂದಿರಕ್ಕೆ ಪೂಜೆಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಪುಷ್ಯರಾಗಮಣಿಗಳು ಬೇಕಾಗುವದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳು. (ಇದನ್ನು ಲೋಮ ವಿಲೋಮ ರೀತಿ ಮಾಡಿ ಹೇಳಿ.) ೧೫೧೫೧ ಪುಷ್ಯರಾಗಮಣಿಗಳು ಬೇಕಾಗುವದು.

(೫) ಪದ್ಮಾನಿ ಸಪ್ತವಿಂಶತಿರೇಕಸ್ಮಿನ್ ಜಿನಗೃಹೇ ಪ್ರದತ್ತಾನಿ। ಸಾಷ್ಟಾನವತಿಸಹಸ್ರೇಸನವಶತೇ ತಾನಿ ಕತಿ ಕಥಯ ॥

ಜೈನರ ದೇವಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ೨೭ ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳು ಪೂಜೆಗಾಗಿ ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟವು. ೧೯೯೮ ದೇವಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳು ಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ಹೇಳು. (೫೩೯೪೬ ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ.)

(೬) ಏಕೈಕಸ್ಯಾಂ ವಸತಾವಷ್ಟೋತ್ತರ ಶತ ಸುವರ್ಣ ಪದ್ಮಾನಿ। ಏಕಾಷ್ಟ ಚತುಸ್ಸಪ್ತಕ ನವಷಟ್ಪಂಚಾಷ್ಟಕಾನಾಂ ಕಿಂ ॥

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದೇವಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ೧೦೮ ಸುವರ್ಣ ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳಂತೆ ೮,೫೬,೯೭,೪೮೧ ದೇವಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸುವರ್ಣ ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು? (೯,೨೫,೫೩,೭೭,೯೪೮ ಕಮಲ ಪುಷ್ಪಗಳು ಬೇಕಾಗುವದು.)

(೭) ಹಿಮಗುಪಯೋನಿಧಿಗತಿಶಶಿವಹ್ನಿ ವ್ರತ ನಿಚಯ ಮತ್ರ ಸಂಸ್ಥಾಪ್ಯ। ಸೈಕಾ ಶೀತ್ಯಾತ್ಪಂಮೇ ಗುಣಯಿತ್ವಾ ಚಕ್ಷ್ವ ತತ್ಸಂಖ್ಯಾಂ॥

ಈ ಲೆಖ್ಖದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹವು ೧, ೪, ೪, ೧, ೩ ಮತ್ತು ೫ ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತೆ ಮತ್ತು ಏಕಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಮೇಲು ಮುಖವಾಗಿ ಬರೆದುಕೊಂಡು ೮೧ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಹೇಳು. (ವಿವರಗಳು: ಹಿಮ = ೧, ಪಯೋನಿಧಿ = ೪, ಗತಿ = ೪, ಶಶಿ = ೧, ವಹ್ನಿ = ೩, ವ್ರತ = ೫) ಉತ್ತರ ೪೩೦೪೬೭೨೧ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗುತ್ತೆ.

(೮) ಶಶಿವಸು ಖರಜಲನಿಧಿ ನವಪದಾರ್ಥ ಭಯನಯ ಸಮೂಹ ಮಾಸ್ಥಾಪ್ಯ। ಹಿಮಕರ ವಿಷನಿಧಿ ಗತಿಭಿರ್ಗುಣಿತೇಕಿಂ ರಾಶಿಪರಿಮಾಣಂ ॥

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹದಲ್ಲಿ ೧, ೮, ೬, ೪, ೯, ೯, ೭, ಮತ್ತು ೨ ಏಕಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಡೆಯಿಂದ ಮೇಲು ಮುಖವಾಗಿ ಬರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ೪೪೧ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎಷ್ಟು? (ಉತ್ತರ ೧೨೩೪೫೬೫೪೩೨೧.) (ವಿವರಣೆ- ಶಶಿ=೧, ವಸು=೮, ಖರ=೬, ಜಲ=೪, ನಿಧಿ=೯, ನವ=೯, ಭಯ=೭, ನಯ=೨, ಹಿಮಖರ=೧, ವಿಷನಿಧಿ=೪, ಗತಿ=೪.)

(೯) ಅಗ್ನಿವಸುಖರ ಭಯೇಂದ್ರಿಯ ಶಶಲಾಂಛನ ರಾಶಿಮತ್ರ ಸಂಸ್ಥಾಪ್ಯ। ರಂಧ್ರೈರ್ಗುಣಯಿತ್ವಾ ಮೇ ಕಥಯ ಸಖೇ ರಾಶಿಪರಿಮಾಣಂ ॥

ಎಲೈ ಮಿತ್ರನೇ! ಈ ಲೆಖ್ಖದಲ್ಲಿನ ೧೫೭೬೮೩ನ್ನು ೯ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಹೇಳು. (ಉತ್ತರ ೧೪೧೯೧೪೭.) (ವಿವರಣೆ- ಅಗ್ನಿ=೩, ವಸು=೮, ಖರ=೬, ಭಯ=೭, ಇಂದ್ರಿಯ=೫, ಶಶ=೧, ರಂಧ್ರ=೯.)

(೧೦) ನಂದಾದ್ರ್ಯೃತು ಶರಚತುಸ್ತ್ರಿದ್ವ್ಯಂನ್ಯೈಕಂ ಸ್ಥಾಪ್ಯಮತ್ರನವ ಗುಣಿತಂ । ಆಚಾರ್ಯಮಹಾವೀರೈಃ ಕಥಿತಂ ನರಪಾಲ ಕಂಠಿಕಾ ಭರಣಂ ॥

ಈ ಲೆಖ್ಖದಲ್ಲಿ ೧೨೩೪೫೬೭೯ನ್ನು ೯ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಬರಿಯುವದು. ಈ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಪರಮಪೂಜ್ಯರಾದ **ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯಾಗ್ರಗಣ್ಯ ಶಿರೋಮಣಿವರ್ಯರಿಂದ ನರಪಾಲಕರವರ ಕಂಠಿಕಾಭರಣವೆಂದು** ಹೇಳಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತೆ. ಆ ಕಂಠಿಕಾಭರಣದಲ್ಲಿ ನಾನಾ ತರಹಗಳ ರತ್ನಗಳಿಂದ ಖಚಿತವಾಗಿತ್ತು ಎಂಬದನ್ನು ೧೧–೧೨ನೇ ಶ್ಲೋಕದಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಿರುತ್ತೆ. (ವಿವರಣೆ–ನಂದ=೯, ಅದ್ರಿ=೭, ಋತು ೬, ಶರ=೫) (ಉತ್ತರ ೧೧೧೧೧೧೧೧೧ ರತ್ನಗಳು ಆ ಕಂಠಿಕಾಭರಣದಲ್ಲಿದ್ದವು.)

(೧೧) ಷಟ್‌ತ್ರಿಕಂ ಪಂಚಷಟ್ಕಂಚ ಸಪ್ತಚಾದೌ ಪ್ರತಿಷ್ಠಿತಂ । ತ್ರಯಸ್ತ್ರಿಂಶತ್ಸಂ ಗುಣಿತಂ ಕಂಠಾಭರಣ ಮಾದಿಶತ್ ॥ ಮೂರರ ಆರು ಆರರ ಐದು ಮತ್ತು ಒಂದು ೭. ಇದು ಕಡೇಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವದು. ಇದು ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ಏಕಸ್ಥಾನದವರಿಗೆ ಇರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತೆ; ಮತ್ತು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ೩೩ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತೆ. ಇದು ಒಂದು ಮಾದರಿಯ ಕಂಠಾಭರಣವೆಂದು ಪ್ರಖ್ಯಾತವಾಗಿರುತ್ತೆ. ಆ ಕಂಠಾಭರಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ರತ್ನಗಳಿದ್ದವು. (ಉತ್ತರ ೧೧೦೦೦೦೧೧೦೦೦೦೧೧ ರತ್ನಗಳಿದ್ದವು.)

(೧೨) ಹುತವಹಗತಿ ಶಶಿಮುನಿಭಿರ್ವಸು ನಯಗತಿ ಚಂದ್ರಮತ್ರ ಸಂಸ್ಥಾಪ್ಯ । ಶೈಲೇನತು ಗುಣಯಿತ್ವಾ ಕಥಯೇದಂ ರತ್ನಕಂಠಿಕಾ ಭರಣಂ ॥

ಈ ಲೆಖ್ಖದಲ್ಲಿ ೩, ೪, ೧, ೭, ೮, ೨, ೪ ಮತ್ತು ೧ ಏಕಸ್ಥಾನದಿಂದ ಮೇಲುಮುಖವಾಗಿ ಬರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತೆ; ಮತ್ತು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ೭ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತೆ. ಅದು ಅನರ್ಘ್ಯ ರತ್ನಗಳಿಂದ ಝುಡಿತವಾದ ಕಂಠಮಾಲೆ ಎಂದು ಹೇಳು. ಆ ಕಂಠಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ರತ್ನಗಳಿದ್ದವು? (ಉತ್ತರ ೧೦೦೦೧೦೦೦೧ ರತ್ನಗಳಿದ್ದವು.)

(೧೩) ಅನಲಾಬ್ಧಿ ಹಿಮಗು ಮುನಿಶರ ದುರಿತಾಕ್ಷಿಪಯೋಧಿ ಸೋಮಮಾಸ್ಥಾಪ್ಯ । ಶೈಲೇನತು ಗುಣಯಿತ್ವಾ ಕಥಯತ್ವಂ ರಾಜ ಕಂಠಿಕಾಭರಣಂ ॥

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (೧೪೨೮೫೭೧೪೩) ಬರೆದು, ಅದನ್ನು ೭ರಿಂದ ಗುಣಿಸು; ತದನಂತರ ಅದನ್ನು ಮಹಾರಾಜಾಧಿರಾಜ ಸಾರ್ವಭೌಮರ ಕಂಠಮಾಲೆ ಎಂದು ಹೇಳು. ಅದರಲ್ಲಿ ರತ್ನಗಳು ಎಷ್ಟಿದ್ದವು? (ಉತ್ತರ ೧೦೦೦೦೦೦೦೦೧ ನೂರುಕೋಟಿ ಒಂದು ರತ್ನಗಳು ಇದ್ದವು.)

(೧೪) ಗಿರಿಗುಣ ದಿವಿಗಿರಿಗುಣ ದಿವಿಗಿರಿಗುಣ ನಿಕರಂ ತಥೈವ ಗುಣಗುಣಿತಂ। ಪುನರೇವಂ ಗುಣಗುಣಿತಂ ಏಕಾದಿ ನವೋತ್ತರಂ ವಿದ್ಧಿ॥

ಮೇಲಿನ ಲೆಖ್ಖದಂತೇನೆ ೩೭೦೩೭೦೩೭ನ್ನು ೩ರಿಂದ ಗುಣಿಸು; ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಒಂದರಿಂದ ಷುರುಮಾಡಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ೯ರವರಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ, ಒಂಬತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಹೇಳು. (ಉತ್ತರ ೧೧೧೧೧೧೧೧೧; ೨೨೨೨೨೨೨೨೨; ೩೩೩೩೩೩೩೩೩; ೪೪೪೪೪೪೪೪೪; ೫೫೫೫೫೫೫೫೫; ೬೬೬೬೬೬೬೬೬; ೭೭೭೭೭೭೭೭೭; ೮೮೮೮೮೮೮೮೮; ೯೯೯೯೯೯೯೯೯.)

(೧೫) ಸಪ್ತಶೂನ್ಯಂ ದ್ವಯಂ ದ್ವನ್ದ್ವಂ ಪಂಚೈಕಂಚಪ್ರತಿಷ್ಠಿತಂ। ತ್ರಯಃ ಸಪ್ತತಿ ಸಂಗುಣ್ಯಂ ಕಂಠಾಭರಣ ಮಾದಿಶೇತ್॥

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ೭, ೦, ೨, ೨, ೫, ಮತ್ತು ೧ ಏಕಸ್ಥಾನದಿಂದ ಮೇಲುಮುಖವಾಗಿ ಬರೆದು, ೭೩ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಠಮಾಲೆ ಎಂದು ಘೋಷಣೆ ಮಾಡು. (ಉತ್ತರ ೧,೧೧,೧೧,೧೧೧ ಒಂದುಕೋಟಿ ಹನ್ನೊಂದಲಕ್ಷ ಹನ್ನೊಂದುಸಾವಿರ ಒಂದನೂರ ಹನ್ನೊಂದು ರತ್ನಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಕಂಠಮಾಲೆ.)

(೧೬) ಜಲನಿಧಿ ಪಯೋಧಿ ಶಶಧರನಯನ ದ್ರವ್ಯಾಕ್ಷಿನಿಕರಮಾಸ್ಥಾಪ್ಯ। ಗುಣಿತೇತು ಚತುಷ್ಷಷ್ಟ್ಯಾ ಕಾಸಂಖ್ಯಾ ಗಣಿತವಿದ್ಬ್ರೂಹಿ॥

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ೪, ೪, ೧, ೨, ೬ ಮತ್ತು ೨ ಏಕಸ್ಥಾನದಿಂದ ಮೇಲುಮುಖವಾಗಿ ಬರೆದು ೬೪ರಿಂದ ಗುಣಿಸು. ಎಲೈ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞನೇ, ಆ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳು. (ಉತ್ತರ ೧೬೭೭೭೨೧೬.)

(೧೭) ಶಶಾಂಕೇನ್ದು ರವೈಕೇನ್ದು ಶೂನ್ಯೈಕ ರೂಪಂ ನಿಧಾಯ ಕ್ರಮೇಣಾತ್ರ ರಾಶಿಪ್ರಮಾಣಂ । ಹಿಮಾಂಶ್ವಗ್ರರನ್ಧ್ರೈಃ ಪ್ರಸನ್ನಾ ಡಿತೇಽಸ್ಮಿನ್ ಭವೇತ್ಕಂಠಿಕಾ ರಾಜಪುತ್ರಸ್ಯ ಯೋಗ್ಯಾ ॥

ಇತಿ ಪರಿಕರ್ಮ ವಿಧೌ ಪ್ರಥಮಃ ಪ್ರತ್ಯುತ್ಪನ್ನಃ ಸಮಾಪ್ತಃ ।

ಈ ಲೆಖ್ಖದಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಮೇಲುಮುಖವಾಗಿ೧, ೧, ೦, ೧, ೧, ೦, ೧ ಮತ್ತು ೧ ಬರೆದು ಅದನ್ನು ೯೧ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಆ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ರಾಜಕುಮಾರರುಗಳ ಕಂಠಮಾಲೆಗಳಿಗೆ ಯೋಗ್ಯಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದು ಪ್ರಸಿದ್ಧಪಡಿಸು. (ಉತ್ತರ ೧೦೦೨೦೦೨೦೦೧.) ಇಲ್ಲಿಗೆ ಪರಿಕ್ರಮ ಗಳ ಲೆಖ್ಖಾಚಾರಗಳ ಪ್ರಥಮಾಧ್ಯಾಯವು ಪರಿಸಮಾಪ್ತಿಯು.

ವರ್ಗಃ

ತೃತೀಯೋ ವರ್ಗ ಪರಿಕರ್ಮಣಿ ಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ಯಥಾ ।

(೧) ದ್ವಿಸಮವಧೋಘಾತೋ ವಾ ಸ್ವೇಷ್ಟೋನಯುತದ್ವಯಸ್ಯ ಸೇಷ್ಟಕೃತಿಃ । ಏಕಾದಿದ್ವಿಚಯೇಚ್ಛಾಗಚ್ಛಯುತಿರ್ವಾ ಭವೇದ್ವರ್ಗಃ ॥ ೨೯ ॥ ಸಮವಾದ ಎರಡು ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಿಕೆಗೆ **ವರ್ಗ**ವೆಂದೆನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟ ಪರಿಮಾಣಗಳಿಂದ, ಸಮ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ **ವರ್ಗ**ವೆಂದೆನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಕಳೆಯುವದರಿಂದ (ವ್ಯವಕಲನ), ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ (ಸಂಕಲನ) ಚುನಾಯಿತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಡನೆ, ಚುನಾಯಿತ ರಾಶಿಯ ವರ್ಗ ಸಂಕಲನದಿಂದ ಅಥವಾ ಅಂಕಗಳ ವರ್ಧಿಸುವಿಕೆಗೆ–ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೊದಲನೇ ಗಡಿ, ೨ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತರ, ಅವಧಿ ರಾಶಿಗಳು—ಯಾವ ರಾಶಿಗಳ ವರ್ಗವಾಗಬೇಕಾಗಿರುವುದೋ ಇವುಗಳಿಗೆ **ವರ್ಗರಾಶಿಗಳು** ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಅಂದರೆ ಅ × ಅ = ಅ೨; (ಅ + ಇ) (ಅ − ಇ) + ಇ೨ = ಅ೨; ೧ + ೩ + ೫ + ೭ + ೯ + ೧೧ .... ಇಷ್ಟರಾಶಿಗಳವರಿಗೆ = ಅ೨

(೨) ದ್ವಿಸ್ಥಾನ ಪ್ರಭೃತೀನಾಂ ರಾಶೀನಾಂ ಸರ್ವವರ್ಗ ಸಂಯೋಗಃ । ತೇಷಾಂಕ್ರಮ ಘಾತೇನ ದ್ವಿಗುಣೇನ ವಿಮಿಶ್ರಿತೋ ವರ್ಗಃ (೩೦)

(ಸ್ಥಾನ=ಸಂಖ್ಯಾಲೇಖನ ಪದ್ಧತಿ) ಎರಡು ಮೂರು ಸ್ಥಾನ (ಏಕಸ್ಥಾನ, ದಶಕಸ್ಥಾನ, ಶತಕಸ್ಥಾನ)ಗಳ ವರ್ಗವು ಆಯಾಯಾ ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ (ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ತಿಗೆದುಕೊಂಡು) ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ್ವಿಗುಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತೆ. ಅಂದರೆ–೧೨೩೪^{೨}(ವರ್ಗ)=(೧೦೦೦^{೨}+೨೦೦^{೨}+೩೦^{೨}+೪^{೨})+೨×(೧೦೦೦×೨೦೦)+೨×(೧೦೦೦×೩೦)+೨×(೧೦೦೦×೪)+೨×(೨೦೦×೩೦)+೨×(೨೦೦×೪)+೨×(೩೦×೪) ಇದರಂತೇನೇ (೧+೨+೩+೪)^{೨}=(೧^{೨}+೨^{೨}+೩^{೨}+೪^{೨})+೨(೧×೨+೧×೩+೧×೪+೨×೩+೨×೪+೩×೪)=೧೦^{೨}=೧೦೦ = ೧ + ೪ + ೯ + ೧೬ (೩೦)+೨(೨+೩+೪+೬+೮+೧೨=೩೫)=೭೦+೩೦=೧೦೦.

(೩) ಕೃತ್ವಾನ್ತ್ಯ ಕೃತಿಂಹನ್ಯಾಚ್ಛೇಷ ಪದೈರ್ದ್ವಿಗುಣ ಮನ್ತ್ಯಮುತ್ಸಾರ್ಯ । ಶೇಷಾನುತ್ಸಾರ್ಯೈವಂ ಕರಣೀಯೋ ವಿಧಿರಯಂ ವರ್ಗೇ (೩೧)

ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಎಡಗಡೆಯಲ್ಲಿನ ಅಂತ್ಯ ಅಂಕಿಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಒಂದುಕಡೆ ಬರಿ. ಅನಂತರ ಉಳಿದ ಸ್ಥಾನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣ ಮಾಡಿ ಈ ರಾಶಿಯನ್ನು ಒಂದುಸ್ಥಾನ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡು. ಹೀಗೇನೇ ಮುಂವರಿಸು. ವರ್ಗಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಇದೇ ರೀತಿ. ಇದು ಮನಸ್ಸಿಗೆ ಗೊತ್ತಾಗಬೇಕಾದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಕ್ರಮವನ್ನು ನೋಡಿ ಮುಂದಟ್ಟಾಗುವದು. **ಉದಾಹರಣೆ.**—೧೩೧ರ ವರ್ಗವೇನು. ರೂಢಿ ಮಾರ್ಗದಂತೆ ೧೩೧×೧೩೧=

ಆಚಾರ್ಯರು ಹೇಳುವರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಡೇದು ೧ ಇದರ ವರ್ಗ ೧^{೨}=

೧೩೧	ಮುಂದಕ್ಕೆ ಒಂದೊಂದು ಸ್ಥಾನ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ		೧
೧೩೧	ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರಿಯಬೇಕು	೨×೩×೧	೦೬
೧೩೧		೨×೧×೧	೦೦೨
೩೯೩		೩×೩	೦೦೯
೧೩೧		೨×೩×೧	೦೦೦೬
೧೭೧೬೧		೧×೧	೦೦೦೦೧
			೧೭೧೬೧

ಈಗ ೧೩೨ರ ವರ್ಗವೇನು?

೧೩೨	೧² = ೧
೧೩೨	೨×೧×೩ = ೦೬
೨೬೪	೨×೧×೨ = ೦೦೪
೩೯೬	೩² = ೦೦೯
೧೩೨	೨×೩×೨ = ೦೦೧೨
೧೭೪೨೪	೨² = ೦೦೦೦೪
	೧೭೪೨೪

ಈಗ ೫೫೫ ರ ವರ್ಗವೇನು?

೫೫೫	೫² = ೨೫
೫೫೫	೨×೫×೫ = ೦೫೦
೨೭೭೫	೨×೫×೫ = ೦೦೫೦
೨೭೭೫	೫² = ೦೦೨೫
೨೭೭೫	೨×೫×೫ = ೫೦
೩೦೮೦೨೫	೫² = ೨೫
	೩೦೮೦೨೫

ಉದಾಹರಣೆಗಳು

(೪) ಏಕಾದಿ ನವಾನ್ತಾನಾಂ ಪಂಚದಶಾನಾಂ ದ್ವಿಸಂಗುಣಾಷ್ಟಾನಾಂ । ಕೃತಯುಗಯೋಶ್ಶರಸಾಗ್ನ್ಯೋಶ್ಶರನಗಯೋರ್ವರ್ಗಮಾಚಕ್ಷ್ವ ॥ (೩೨)

೧ ರಿಂದ ೯ ರವರೆಗೆ ವರ್ಗವನ್ನು, ಮತ್ತು ೧೫, ೧೬, ೨೫, ೩೬ ಮತ್ತು ೭೫ರ ವರ್ಗವನ್ನು ಹೇಳು—(ಕೃತ=೫, ಯುಗ=೨ ರಸ=೬, ಅಗ್ನಿ=೩, ಶರ=೫, ನಗ ೭) ಉತ್ತರ—೧, ೪, ೯, ೧೬, ೨೫, ೩೬, ೪೯, ೬೪, ೮೧, ೨೨೫, ೨೫೬, ೬೨೫, ೧೨೯೬; ೫೬೨೫.

(೫) ಸಾಷ್ಟಾತ್ರಿಂಶತ್ರಿಶತೀ ಚತುಸ್ಸಹಸ್ರೈಕಷಷ್ಟಿಷಟ್ಛತಿಕಾ । ದ್ವಿಶತೀಷಟ್ಪಂಚಾಶನ್ಮಿಶ್ರಾ ವರ್ಗೀಕೃತಾ ಕಿಂಸ್ಯಾತ್ ॥ (೩೩)

೩೩೮ರ, ೪೬೬೧ರ, ೨೫೬ರ ವರ್ಗಮಾಡಿದರೆ ಆ ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೇಳು. ಉತ್ತರ—೧೧೪೨೪೪, ೨೧೭೨೪೯೨೧, ೬೫೫೩೬.

(೬) ಲೇಖ್ಯಾಗುಣೇಷು ಬಾಣದ್ರವ್ಯಾಣಾಂ ಶರಗತಿತ್ರಿಸೂರ್ಯಾಣಾಂ । ಗುಣ ರತ್ನಾಗ್ನಿ ಪುರಾಣಾಂ ವರ್ಗಂಭಣ ಗಣಕಯದಿ ವೇತ್ಸಿ ॥ (೩೪)

ಎಲೈ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞನೇ! ನಿನಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ ೬೫೫೩೬ ರ, ೧೨೩೪೫ ರ ಮತ್ತು ೩೩೩೩ ರ ವರ್ಗವೇನೆಂಬುದನ್ನು ಹೇಳು.

ಉತ್ತರ—೪೨೯೪೯೬೭೨೯೬, ೧೫೨೩೯೯೦೨೫, ೧೧೧೦೮೮೮೯.

(೭) ಸಪ್ತಾಶೀತಿತ್ರಿಶತಸಹಿತಂ ಷಟ್ಸಹಸ್ರಂ ಪುನಶ್ಚ । ಪಂಚ ತ್ರಿಂಶಚ್ಛತಸಮಧಿಕಂ ಸಪ್ತನಿಘ್ನಂ ಸಹಸ್ರಂ । ದ್ವಾವಿಂಶತ್ಯಾಯುತ ದಶಶತಂ ವರ್ಗಿತಂ ತತ್ರಯಾಣಾಂ। ಬ್ರೂಹಿತ್ವಂ ಮೇ ಗಣಕ ಗುಣವನ್ಸಂ ಗುಣಯ್ಯಪ್ರಮಾಣಂ॥(೩೫) ಉ ೪೦೭೯೩೭೬೯,೫೦೯೦೮೨೨೫೧೦೪೪೪೮೪

ಉತ್ತರ—೪೦೭೯೩೭೬೯, ೫೦೯೦೮೨೨೫, ೧೦೪೪೪೮೪.

ಇತಿ ಪರಿಕರ್ಮವಿಧೌತೃತೀಯೋವರ್ಗ ಸಮಾಪ್ತಃ ॥

೬೩೮೭ ರ, ೭೧೩೫ ರ ೧೦೨೨ ರ, ವರ್ಗಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತಿ. ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಚನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಆ ರಾಶಿಗಳ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಷ್ಟಾಗುವದು ಎಂಬದನ್ನು ಹೇಳು—ಎಲೈ ಚದುರ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞನೇ !

ಇಲ್ಲಿಗೆ ಮೂರನೆ ಅಧ್ಯಾಯವು ಮುಗಿದುದು.

ನಮ್ಮ ಘನ ಪೂಜ್ಯರಾದ ಮಹಾವೀರಾಚಾರ್ಯವರ್ಯರು ವರ್ಗ ಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಹೇಳಿರುವರು. ಹೀಗೇನೆ ವರ್ಗ ಮಾಡುವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯವರೇಣ್ಯರು ಏನು ಹೇಳುವರು ಎಂಬದನ್ನು ನೋಡಿ:—

ಅಥ ವರ್ಗೀಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ವೃತ್ತದ್ವಯಂ ॥ ಈಗ ವರ್ಗಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಎರಡು ಶ್ಲೋಕಗಳಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುತ್ತಾರೆ.

(೧) [ಸೂತ್ರಂ ೯] ಸಮದ್ವಿಘಾತಃ ಕೃತಿರುಚ್ಯತೇ ॥ ಸಮಾನ ಎರಡು ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವದಕ್ಕೆ ಕೃತಿ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ; ಅಂದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧ ರಾಶಿಗೆ **ವರ್ಗ**ವೆಂದು ಹೆಸರು.

(೨) [ಸೂತ್ರಂ ೧೦] ಅಥಸ್ಥಾಪ್ಯೋಽನ್ತ್ಯವರ್ಗೋ ದ್ವಿಗುಣಾನ್ತ್ಯ ನಿಘ್ನಾಃ।ಸ್ವಸ್ವೋಪರಿಷ್ಟಾಶ್ಚತಥಾಪರೇಂಕಾಸ್ತ್ಯಕ್ತ್ವಾನ್ತ್ಯಮುತ್ಸಾರ್ಯ ಪುನಶ್ಚರಾಶಿಂ ॥

ಅಥ ಅಂತ್ಯವರ್ಗಃ ಸ್ಥಾಪ್ಯಃ ತಥಾಪರೇ ಅಂಕಾಃ ದ್ವಿಗುಣಾನ್ತ್ಯ ನಿಘ್ನಾಃ ಸ್ವಸ್ವೋಪರಿಷ್ಟಾತ್ ಸ್ಥಾಪ್ಯಾಃ। ಪುನಃ ಅನ್ತ್ಯಂ ತ್ಯಕ್ತ್ವಾರಾಶಿಂ

ಉತ್ಸಾರ್ಯ ಅನ್ತ್ಯವರ್ಗಃ ಸ್ಥಾಪ್ಯಃ । ನಿಶ್ಶೇಷಾನ್ತಂ ಏವಮೇವ ಕುರ್ಯಾತ್ ॥

ಅತ್ರೋದ್ದೇಶಕ:—ವರ್ಗಮಾಡುವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿನ ಉದಾಹರಣೆ.

(೩) ಸಖೇನವಾನಾಂಚ ಚತುರ್ದಶಾನಾಂ ಬ್ರೂಹಿತ್ರಿಹೀನಸ್ಯ ಶತತ್ರಯಸ್ಯ । ಪಂಚೋತ್ತರಸ್ಯಾಪ್ಯಯುತಸ್ಯವರ್ಗಂ ಜಾನಾಸಿ ಚೇದ್ವರ್ಗ ವಿಧಾನ ಮಾರ್ಗಂ ॥

ಹೇ ಸಖೇ! ಚೇತ್‌ವರ್ಗವಿಧಾನಮಾರ್ಗಂಜಾನಾಸಿತರ್ಹಿ ನವಾನಾಂ. ಚತುರ್ದಶಾನಾಂ, ತ್ರಿಹೀನಸ್ಯಶತತ್ರಯಸ್ಯ, ಪಂಚೋತ್ತರಸ್ಯ ಅಯುತಸ್ಯ ಅಪಿ ವರ್ಗಂ ಬ್ರೂಹಿ.

ನ್ಯಾಸ: ೯,೧೪,೨೯೭,೧೦೦೦೫. ಏಷಾಂ ಯಥೋಕ್ತಕರಣೇನ ಜಾತಾ ವರ್ಗಾಃ: ೮೧,೧೯೬,೮೮೨೦೯,೧೦೦೧೦೦೦೨೫. ಆಗುವದು

೯ × ೯
೮೧

೧೪
೧೪
೫೬
೧೪
೧೯೬

೨೯೭
೨೯೭
೨೦೭೯
೨೬೭೩
೫೯೪
೮೮೨೦೯

ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ—

ರಾಶಿ ಆದಿ ಅಂತ್ಯ
೧೪ ೪ ೧ = ೧² = ೧
೨ × ೧ × ೪ = ೮ = ೦೮
೪² = ೧೬ = ೧೬
೧೯೬

೨೯ ರ ವರ್ಗ ೨೯ × ೨೯
೨೬೧
೫೮
೮೪೧

೨೯೭ ರ ವರ್ಗಮಾಡುವ ರೀತಿ ಇದರಲ್ಲಿ ಮುಂಚೆ ೨೯ಕ್ಕೆ ವರ್ಗಮಾಡೋಣ

ಅಂ ಆ ರಾಶಿ
೨೯ = ೨² = ೪
೨ × ೨ × ೯ = ೩೬ = ೩೬
೯² = ೮೧ = ೮೧
೮೪೧

ಉಂ. ಆ. $೨೯^{೨}$ = ೮೪೧
·೨೯ ೭
೨× ೨೯ × ೭
೫೮ × ೭ = ೪೦೬ = ೪೦೬
$೭^{೨}$ = ೪೯
೮೮೨೦೯

ಇದೇ ರೀತಿ ಆದಿ ಅಂತ್ಯ ಎಂಬದಾಗಿ ಎರಡು ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಈಗ ತೋರಿಸುವ ರೀತಿ ಎಷ್ಟು; ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಅತಿ ಸುಲಭವಾಗಿ ಬೇಗನೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಇದು $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ನ ರೂಲಿನಂತೆ ಮಾಡಿರುತ್ತಾರೆ.

(೪) [ಸೂತ್ರಂ ೧೩] ಖಂಡದ್ವಯಸ್ಯಾಭಿಹತಿರ್ದ್ವಿನಿಘ್ನೀ ತತ್ಖಂಡವರ್ಗೈಕ್ಯಯುತಾ ಕೃತಿರ್ವಾ। ವಾ ಖಂಡದ್ವಯಸ್ಯಾಭಿಹತಿಃ ದ್ವಿನಿಘ್ನೀ ತತ್ಖಂಡವರ್ಗೈಕ್ಯಯುತಾಕೃತಿಃ ಸ್ಯಾತ್ ॥ ಉದಾಹರಣಂ—ಮೂಲರಾಶಿ ೯ = $೯^{೨}$ = ೮೧.

ಮೂಲರಾಶಿ	ಎರಡು ಖಂಡ	ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಾ	ದ್ವಿಗುಣಾ	ಎರಡು ರಾಶಿಗಳ ವರ್ಗ		ಸಂಕಲನ
		೫	೨೦	೫	೪	೪೦
೯ =	೫ + ೪	೪	೨	೫	೪	೨೫
		೨೦	೪೦	೨೫	೧೬	೧೬
						೮೧
೧೪×೧೪	೬ + ೮	೬	೪೮	೬	೮	೯೬
೧೯೬		೮	೨	೬	೮	೩೬
		೪೮	೯೬	೩೬	೬೪	೬೪
					ವರ್ಗಫಲ =	೧೯೬
೧೪ ನ್ನು = ೬·೮ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ೧೦ + ೪ ಮಾಡೋಣ		೧೦	೪೦	೧೦	೪	೮೦
		೪	೨	೧೦	೪	೧೦೦
		೪೦	೮೦	೧೦೦	೧೬	೧೬
						೧೯೬

(೫) [ಸೂತ್ರಂ ೧೪] ಇಷ್ಟೋನಯುಗ್ರಾಶಿವಧಃ ಕೃತಿಃ ಸ್ಯಾದಿಷ್ಟಸ್ಯ ವರ್ಗೇಣ ಸಮನ್ವಿತೋವಾ ॥ ವಾ ಮೂಲರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಇಷ್ಟಾಂಕವನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಇದರಿಂದ ಒಂದು ಸಲ ಕಳೆಯುವದು, ಮತ್ತೊಂದು ಸಲ ಕೂಡಿಸುವದು. ಈ ಎರಡು ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ

ಗುಣಿಸುವದು. ಇಷ್ಟರಾಶಿಯ ವರ್ಗಮಾಡಿ ಆ ಎರಡು ರಾಶಿಗಳ ಗುಣ ಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಂಕಲನ ಮಾಡಿದರೆ ಆ ರಾಶಿಯ ವರ್ಗ ಫಲಪ್ರಾಪ್ತಿಯಾಗುವದು. ಅದು ಹೇಗಂದರೆ—೨೯೬ ರ ವರ್ಗವೆಷ್ಟು ?

ಮೂಲರಾಶಿ	ಕಲ್ಪಿತ ಇಷ್ಟ	ಇಷ್ಟಹೀನರಾಶಿ	ಇಷ್ಟಯುಕ್ತರಾಶಿ
೨೯೬	೪	೨೯೨	೩೦೦

ಎರಡು ರಾಶಿಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಾಕಾರ ೨೯೨ × ೩೦೦ = ೮೭೬೦೦

ಇಷ್ಟರಾಶಿಯ ವರ್ಗ ೪ × ೪ = ೧೬. ಆದ್ದರಿಂದ ೮೭೬೦೦ + ೧೬ = ೮೭೬೧೬

ಇದೇ ವರ್ಗ ಫಲವು— ೨೯೬ × ೨೯೬

೧೭೭೬
೨೬೬೪
೫೯೨

೮೭೬೧೬

ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಅನಾಯಾಸದಿಂದ ಬೇಗನೆ ಮಾಡಬಹುದು. (ಇವರ ಜನನ ಕ್ರಿ.ಶ. ೧೧೧೪.)

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ವ್ಯವಹಾರಃ

(೬) ತ್ರಿಲೋಕಬಂಧವೇ ತಸ್ಮೈ ಕೇವಲ ಜ್ಞಾನ ಭಾನವೇ । ನಮಃ ಶ್ರೀ ವರ್ಧಮಾನಾಯ ನಿರ್ಧೂತಾಖಿಲ ಕರ್ಮಣೇ ॥ ಇತಃ ಪರಂ ತ್ರೈರಾಶಿಕಂ ಚತುರ್ಥ ವ್ಯವಹಾರ ಮುದಾಹರಿಷ್ಯಾಮಃ ॥

ಮಹಾ ಮಹಿಮರಾದ ಶ್ರೀ ವರ್ಧಮಾನಾಚಾರ್ಯವರೇಣ್ಯರಿಗೆ ನಮಸ್ಕರಿಸುತ್ತೇನೆ. ಮೂರು ಲೋಕದ ಜನರಿಗೂ ಬಂಧುವಿನಂತೆ ಹಿತೈಷಿಗಳಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಸಂಪೂರ್ಣ ಜ್ಞಾನಸಂಪನ್ನರಾಗಿ ಸೂರ್ಯದೇವನಂತೆ ಪ್ರಕಾಶಮಾನರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಎಲ್ಲಾ ಕರ್ಮಬಂಧನಗಳಿಂದ ಮುಕ್ತರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಇಂಥಾ ಘನ ಪೂಜ್ಯರಾದ ವರ್ಧಮಾನರವರಿಗೆ ನಮಸ್ಕಾರ ಮಾಡಿದನಂತರ, ತ್ರೈರಾಶಿ ಮಾಡುವ ರೀತಿಯ ನಾಲ್ಕನೇ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ವಿವರಿಸೋಣ.

ತತ್ರ ಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ಯಥಾ=ಅದನ್ನು ಮಾಡುವ ವಿಧಾನಹೇಗೆಂದರೆ—

(೭) ತ್ರೈರಾಶಿಕೇಽತ್ರಸಾರಂ ಫಲಮಿಚ್ಛಾಸಂಗುಣಂ ಪ್ರಮಾಣಾಪ್ತಂ
ಇಚ್ಛಾಪ್ರಮಯೋಸ್ಸಾಮ್ಯೇ ವಿಪರೀತೇಯಂ ಕ್ರಿಯಾವ್ಯಸ್ತೇ ॥

ತ್ರೈರಾಶಿಯ ವಿಧಿಯಲ್ಲಿ ಫಲವನ್ನು ಇಚ್ಛದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣ ಲಬ್ಧವನ್ನು ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಬೇಕಾಗಿರುವ ಉತ್ತರವಾಗಿರುತ್ತೆ. ಇಚ್ಛಾ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಸದೃಶ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿರುವಾಗ. ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ (ಗುಣಿಸುವದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವದು: ಭಾಗಿಸುವದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಗುಣಿಸುವದು) ಮಾಡುವದರಿಂದ ಬರುವ ರಾಶಿಯು ಉತ್ತರವಾಗಿರುತ್ತೆ.

ಪೂರ್ವಾರ್ಧೋದ್ದೇಶಕಃ = ಮೊದಲನೇ ವಿಧಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು.

(೮) ದಿವಸೈಸ್ತ್ರಿಭಿಸ್ಸಪಾದ್ಯೈರ್ಯೋಜನ ಷಟ್ಕಂ ಚತುರ್ಥಭಾಗೋನಂ।
ಗಚ್ಛತಿಯಃ ಪುರುಷೋಽಸೌ ದಿನಯುತ ವರ್ಷೇಣ ಕಿಂ ಕಥಯ॥

ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನು ೩೧/೫ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ೬ಕ್ಕೆ ೧/೪ ಭಾಗ ಕಡಮೆ ಯೋಜನ ಅಂದರೆ (೬−೧/೪=೫೩/೪) ಯೋಜನ ದೂರ ನಡಿಯುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ಸಂವತ್ಸರ ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಯೋಜನ ದೂರ ಹೋಗುವನು? (ಉತ್ತರ ೬೫೭ ೨೧/೩೨ ಯೋಜನ ದೂರ ನಡಿಯುವನು).

(೯) ವ್ಯರ್ಧಾಷ್ಟಾಭಿರಹೋಭಿಃ ಕ್ರೋಶಾಷ್ಟಾಂಶಂ ಸ್ವಪಂಚಮಂಯಾತಿ।
ವಂಗುಸ್ಸಪಂಚಭಾಗೈರ್ವರ್ಷೈಸ್ತ್ರಿಭಿರತ್ರ ಕಿಂ ಬ್ರೂಹಿ॥

ಒಬ್ಬ ಕುಂಟನು ೭೧/೨ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ೧/೮ ಕ್ರೋಶದ ಜೊತೆಗೆ ೧/೪೦ ಕ್ರೋಶ ದಂತೆ ನಡಿಯುತ್ತಾನೆ. ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ ೩೧/೫ ವರುಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ನಡಿಯುವನು? (ಉತ್ತರ ೫೧೯/೨೫ ಯೋಜನ ದೂರ ನಡಿಯುತ್ತಾನೆ).

(೧೦) ಅಂಗುಲ ಚತುರ್ಥ ಭಾಗಂ ಪ್ರಯಾತಿಕೀಟೋದಿನಾಷ್ಟಭಾಗೇನ।
ಮೇರೋರ್ಮೂಲಾಚ್ಛಿಕರಂ ಕತಿಭಿರಹೋಭಿಸ್ಸಮಾಪ್ನೋತಿ॥

ಒಂದು ಹುಳುವು ೧/೮ ದಿನದಲ್ಲಿ ೧/೪ ಅಂಗುಲ ದೂರ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮೇರುಪರ್ವತ ಬುಡದಿಂದ ಪರ್ವತದ ತುದಿಗೆ ಹೋಗುವದು.

(ವಿವರಣೆ.—ಮೇರುಪರ್ವತದ ಎತ್ತರವು ೯೮೦೦೦ ಯೋಜನಗಳು ಅಥವಾ ೭೬೦೫೨೦೦೦೦೦೦ ಅಂಗುಲಗಳು ಎಂದು ಪ್ರಾಚೀನರು ನಿರ್ಧರಿಸಿರುತ್ತಾರೆ.) [ಉತ್ತರ—೧೦೫೬೦೦೦೦೦ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮೇರುಪರ್ವತದ ತುದಿಯನ್ನು ಸೇರುವದು.]

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

(೧) ಪಿತಾ ಪುತ್ರಯೋಃ ವಯಃ ಷಷ್ಟ್ಯುತ್ತರ ಏಕಶತ ಸಂವತ್ಸರಾಃ (೧೦೬); ಪುತ್ರಃ ಪಿತುರಪೇಕ್ಷಯಾ ಅಷ್ಟಾವಿಂಶತಿ (೨೮) ವರ್ಷಾಃ ಕನೀಯಾನ್ । ತರ್ಹಿಪಿತುರ್ವಯಃ ಕಿಂ? ಪುತ್ರಸ್ಯಚ ವಯಃ ಕಿಮಿತಿಮೇ ವದ॥ (ಉತ್ತರಂ—ಪುತ್ರಸ್ಯ ವಯಃ ೩೯, ಪಿತುಃ ೬೭)

(೨) ರಥಾಶ್ವಯೋಃ ಪಂಚಾಶದುತ್ತರ ಸಪ್ತಶತ (೭೫೦)ರೂಪ್ಯಕಾಃ ಮೌಲ್ಯಂ ಭವತಿ । ರಥಸ್ಯ ಮೌಲ್ಯಾತ್ ಅಶ್ವಸ್ಯ ಮೌಲ್ಯಂ ದ್ವಿಗುಣೋ ಭವತಿ। ತರ್ಹಿ ಕಸ್ಯ ಕಸ್ಯ ಕತಿ ಕತಿ ರೂಪ್ಯಕಾಃ ಮೌಲ್ಯಂ ಕಿಂ ಭವತೀತಿ ಶೀಘ್ರಂ ಮೇ ವದ ॥ (ಉತ್ತರಂ—ರಥಸ್ಯ—೨೫೦, ಅಶ್ವಸ್ಯ ೫೦೦, ರೂಪ್ಯಕಾಃ ಭವನ್ತಿ)

(೩) ಮಹಿಶೂರ್‌ನಗರಾತ್ ಕಲ್ಯಾಣನಗರ್ಯಾಃ (Bangalore) ಚತುರಶೀತಿ (೮೪) ಮೈಲಿ ದೂರೋ ವರ್ತತೇ । ಕಶ್ಚನಧೂಮಶಕಟಃ ಮಹೀಶೂರ್ ನಗರಾತ್ ಪ್ರಾತಃ ನಿರ್ಗಮ್ಯ ಏಕಘಟಿಕಾಯಾಃ ದ್ವಾದಶ ಮೈಲಿರಿವ ಷಷ್ಟಿಮೈಲಿ ದೂರಮಗಚ್ಛತ್ । ತದನನ್ತರಂ ಏಕಘಟಿಕಾಯಾಃ ಅಷ್ಟಮೈಲಿರಿವಗತ್ವಾ ಕಲ್ಯಾಣಪುರೀಂ ಪ್ರಾಪ। ಮೈಸೂರ್ ನಗರಾತ್ ಪ್ರಭಾತೇ ಸಪ್ತಘಟಿಕಾ ಸಮಯೇ ನಿರ್ಗಚ್ಛೇದ್ಯದಿ ಕಲ್ಯಾಣಪುರೀಂ ಕತಿಪಯ ಘಟಿಕಾಯಾಂ ಪ್ರಾಪ? (ಉತ್ತರಂ—ಮಧ್ಯಾಹ್ನೇ ತ್ರಿಘಟಿಕಾಯಾಂ ಸಮಯೇ ಕಲ್ಯಾಣ ಪುರೀಂ ಪ್ರಾಪ)

(೪) ಕಾಚನ ಗೋಪಿಕಾ ಷಟ್ ತಾಮ್ರಮಯನಾಣ್ಯಕಾನಾಂ ಪ್ರಸ್ಥಮೇಕಂ ಕ್ಷೀರಮಿತಿ ಮೌಲ್ಯಂ ವಿಧಾಯ ಚತುರ್ವಿಂಶತಿ ಪ್ರಸ್ಥಾನಾಂ ಕ್ಷೀರಂ ಕ್ರೀತ್ವಾ ತಕ್ಷೀರಾತ್ ತಸ್ಯ ಉದಕಮಿಶ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ ಪಂಚತಾಮ್ರಮಯ ನಾಣ್ಯಾನಾಂ ಪ್ರಸ್ಥಮೇಕಂ ವಿಕ್ರೀಯ ಷಟ್ ತಾಮ್ರಮಯ ನಾಣ್ಯಾನಾಂ ಲಾಭಂ ಲೇಭೇ । ತರ್ಹಿ ನಾಗೋಪಿಕಾ ಕತಿಪಯಾನಿ ಪಯಾಂಸಿ ಮಿಶ್ರಣಮಕರೋದಿತಿ ಮೇ ವದ । (ಉತ್ತರಂ—ನಾ ಗೋಪಿಕಾ ಷಣ್ಣಾಂ ಪ್ರಸ್ಥಾನಾಂ ಜಲಮಿಶ್ರಣಮಕರೋತ್)

(೫) ಕಶ್ಚನ ವಣಿಕ್ ಏಕಸ್ಯ ತಾಮ್ರಮಯ ನಾಣ್ಯಸ್ಯ ಪಂಚ ಕದಲೀ ಫಲಾನೀತಿ ನಿಶ್ಚಯಂ ಕೃತ್ವಾ ಪಂಚ ಚತ್ವಾರಿಂಶತ್ ಕದಲೀ

ಫಲಾನ್ಯಕ್ರೀಣಾತ್ । ತತ್ಫಲೇಷು ಪಂಚ ಫಲಾನಿ ಜೀರ್ಣಾನ್ಯಾಸನ್ । ಅವಶಿಷ್ಟಫಲಾನಿ ವಿಕ್ರೀಯ ಏಕ ತಾಮ್ರ ಮಯ ನಾಣ್ಯಸ್ಯ ಲಾಭಂ ಪ್ರಾಪ । ತರ್ಹಿ ಏಕ ತಾಮ್ರ ಮಯ ನಾಣ್ಯಸ್ಯ ಕತಿಪಯ ಫಲಾನಿ ದದೌ ॥ (ಉತ್ತರಂ—ಏಕ ತಾಮ್ರ ಮಯ ನಾಣ್ಯಸ್ಯ ಚತ್ವಾರಿ ಕದಲೀ ಫಲಾನಿ ದದೌ)

(೬) ದ್ವಯೋಃ ಕೋಶಯೋಃ ಮಿಳಿತ್ವಾ ಅಷ್ಟಪಂಚಾಶದುತ್ತರ ಏಕಾದಶ (೧೧೫೮) ರೂಪಕಾಃ ವರ್ತನ್ತೇ । ಏಕಕೋಶಾಪೇಕ್ಷಯಾ ಅನ್ಯಸ್ಮಿನ್‌ಕೋಶೇ ಅಷ್ಟೋತ್ತರ ದ್ವಿಶತ (೨೦೮) ರೂಪ್ಯಕಾಃ ಅಧಿಕಂ ವರ್ತತೇ। ಏವಂ ಸತಿಕಸ್ಮಿನ್ಕೋಶೇ ಕತಿರೂಪ್ಯಕಾಃ ವರ್ತನ್ತೇ (ಉತ್ತರಂ —ಏಕಸ್ಮಿನ್ ಕೋಶೇ ೪೭೫, ಅನ್ಯಸ್ಮಿನ್ ಕೋಶೇ ೬೮೩ ರೂ. ಸನ್ತಿ)

(೭) ತ್ರಿಸಪ್ತತ್ಯುತ್ತರ ಪಂಚಶತ ರೂಪ್ಯಕಾನಿ ರಾಮ ಕೃಷ್ಣಯೋಃ ದ್ವಯೋಃ ವಿಭಜ್ಯತಾಂ। ರಾಮಾಪೇಕ್ಷಯಾ ಕೃಷ್ಣಸ್ಯ ಸಪ್ತತ್ರಿಂಶದ್ರೂಪ್ಯಕಾನ್(೩೭)ಅಧಿಕಂ ದೇಯಂ। ರಾಮಸ್ಯ ಕತಿ ರೂಪ್ಯ ಕಾನ್ ಕೃಷ್ಣಸ್ಯ ಕತಿ ರೂಪ್ಯಕಾನ್ ದಾತವ್ಯಮಿತಿ ಶೀಘ್ರಂ ಮೇ ವದ । (ರಾಮಾಯ ೨೬೮ ಕೃಷ್ಣಾಯ ೩೦೫ ರೂಪ್ಯಕಾನಿದಾತವ್ಯಂ)

ಆರ್ಯಭಟೀಯೋ ಸಂಖ್ಯಾಜ್ಞಾಪಕ ಚಕ್ರಂ

ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯಾ.—ಅ=೧, ಇ=೧೦೦, ಉ=೧೦೦೦೦, ಋ= ೧೦೦೦೦೦೦. ಌ=೧೦೦೦೦೦೦೦೦. ಏ=೧೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦ ಓ= ೧೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦, ಔ=೧೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦೦ ॥

ಕ=೧ ಚ=೬ ಟ=೧೧ ತ=೧೬ ಪ=೨೧ ಯ=೩೦
ಖ=೨ ಛ=೭ ಠ=೧೨ ಥ=೧೭ ಫ=೨೨ ರ=೪೦
ಗ=೩ ಜ=೮ ಡ=೧೩ ದ=೧೮ ಬ=೨೩ ಲ=೫೦
ಘ=೪ ಝ=೯ ಢ=೧೪ ಧ=೧೯ ಭ=೨೪ ವ=೬೦
ಙ=೫ ಞ=೧೦ ಣ=೧೫ ನ=೨೦ ಮ=೨೫ ಶ=೭೦
ಷ=೮೦ ಸ=೯೦ ಹ=೧೦೦.

ಕ=೧, ಕಿ=೧೦೦, ಕು=೧೦೦೦೦, ಖ=೨, ಖಿ=೨೦೦, ಖು= ೨೦೦೦೦, ಟಿ=೧೧೦೦, ಪು=೨೧೦೦೦೦, ಹೀಗೆ ತಿಳಿಯತಕ್ಕದ್ದು.

ಶ್ರೀಃ

ಕ್ಷೇತ್ರ ಗಣಿತಂ

ಕ್ಷೇತ್ರ ವ್ಯವಹಾರಃ

ಅಥ ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರೇಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ವೃತ್ತಂ ।

(೧) ವ್ಯಾಸೇಭನನ್ದಾಗ್ನಿ (೩೯೨೭) ಹತೇ ವಿಭಕ್ತೇ ಖಬಾಣ ಸೂರ್ಯೈಃ (೧೨೫೦) ಪರಿಧಿಃ ಸ ಸೂಕ್ಷ್ಮಃ । ದ್ವಾವಿಂಶತಿಘ್ನೇ (೨೨) ವಿಹೃತೇಽಥ ಶೈಲೈಃ (೭) ಸ್ಥೂಲೋಥವಾಸ್ಯಾದ್ವ್ಯವಹಾರಯೋಗ್ಯಃ ॥

ವ್ಯಾಸೇಭನಂದಾಗ್ನಿ ಹತೇ ತತಃ ಖಬಾಣ ಸೂರ್ಯೈಃ ವಿಭಕ್ತೇ ಸತಿ ಯತ್ಫಲಂ ಸ ಸೂಕ್ಷ್ಮಃ ಪರಿಧಿಃ । ಅಥ ದ್ವಾವಿಂಶತಿಘ್ನೇ ಶೈಲೈಃ ವಿಹೃತೇಚ ಸತಿ ಸ್ಥೂಲಃ ಪರಿಧಿಃ ಸ್ಯಾತ್ । ಅಥವಾ ವ್ಯವಹಾರಯೋಗ್ಯಃ ಸ್ಯಾತ್ ॥

ವ್ಯಾಸವನ್ನು ೩೯೨೭ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ೧೨೫೦ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪರಿಧಿಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರುತ್ತೆ. ಈ ಅಳತೆ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ವಾಗಿರುತ್ತೆ. ಅಲ್ಲದೆ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ೨೨ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ೭ ರಿಂದ ಬಾಗಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪರಿಧಿಯ ಸ್ಥೂಲಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರುತ್ತೆ. ಇದು ವ್ಯವಹಾರಯೋಗ್ಯವಾಗಿರುತ್ತೆ.

ಪರಿಧಿಯ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಸುತ್ತಳತೆ = ವ್ಯಾಸ × ೩೯೨೭ − ೧೨೫೦

ಪರಿಧಿಯ ಸ್ಥೂಲ ಸುತ್ತಳತೆ = ವ್ಯಾಸ × ೨೨ ÷ ೭

ಉದಾಹರಣಂ.—ವಿಷ್ಕಂಭಮಾನಂ ಕಿಲ ಸಪ್ತ ಯತ್ರ ತತ್ರ ಪ್ರಮಾಣಂ ಪರಿಧೇಃ ಪ್ರಚಕ್ಷ್ವ । ದ್ವಾವಿಂಶತಿರ್ಯತ್ಪರಿಧಿಪ್ರಮಾಣಂ ತದ್ವ್ಯಾಸಸಂಖ್ಯಾಂ ಚ ಸಖೇ ವಿಚಿಂತ್ಯ ॥ ಹೇ ಸಖೇ! ಕಿಲಯತ್ರ ವಿಷ್ಕಂಭಮಾನಂ ಸಪ್ತ ತತ್ರ ಪರಿಧೇಃ ಪ್ರಮಾಣಂ ತಥಾ ಯತ್ಪರಿಧಿ ಪ್ರಮಾಣಂ ದ್ವಾವಿಂಶತಿಃ ತದ್ವ್ಯಾಸ ಸಂಖ್ಯಾಂಚ ಪ್ರಚಕ್ಷ್ವ ॥

ಎಲೈ ಸ್ನೇಹಿತನೇ ! ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವು ೭ ಆಗ ಪರಿಧಿ ಪ್ರಮಾಣವೇನು ? ಹಾಗೇನೇ ಆ ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದ ಪರಿಧಿಯು

ಪ್ರಮಾಣವು ೨೨ ಆದರೆ ಅದರ ವ್ಯಾಸದ ಪ್ರಮಾಣವೇನಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳು.

ನ್ಯಾಸಃ.— ವ್ಯಾಸಮಾನಂ ೭ × ೩೯೨೭ ÷ ೧೨೫೦ = ೨೧.೯೯೧೨ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಅಳತೆ.

ವ್ಯಾಸಮಾನಂ ೭ × ೨೨ ÷ ೭ = ೨೨.೦೦ ಸ್ಥೂಲಪ್ರಮಾಣ.

ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಅಳತೆಗೂ ಸ್ಥೂಲ ಅಳತೆಗೂ ಇರುವ ಅಂತರ ೦.೦೦೮೮.

ಅಥವಾ ಪರಿಧಿತೋ ವ್ಯಾಸಾನಯನಾಯ ಗುಣಹಾರ ವಿಪರ್ಯಯೇಣ ವ್ಯಾಸಮಾನಂ

ಪರಿಧಿಃ ÷ ೨೨ × ೭

ಪರಿಧಿಃ ÷ ೩೯೨೭ × ೧೨೫೦

= ೨೨ × ೭ ÷ ೨೨ = ೭ ಸ್ಥೂಲ ವ್ಯಾಸ ಪ್ರಮಾಣವು

= ೨೨ × ೧೨೫೦ ÷ ೩೯೨೭ = ೭.೦೦೨೮ ಸೂಕ್ಷ್ಮವ್ಯಾಸ ಪ್ರಮಾಣವು.

ವೃತ್ತಗೋಲಯೋಃ ಫಲಾನಯನೇ ಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ವೃತ್ತಂ ।

(೨) ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರೇ ಪರಿಧಿಗುಣಿತ ವ್ಯಾಸಪಾದಃ ಫಲಂ ತತ್ । ಕ್ಷುಣ್ಣಂ ವೇದೈರುಪರಿ ಪರಿತಃ ಕನ್ದುಕಸ್ಯೇವಜಾಲಂ ॥ ಗೋಲಸ್ಯೈವಂ ತದಪಿಚ ಫಲಂ ಪೃಷ್ಠಜಂ ವ್ಯಾಸನಿಘ್ನಂ । ಷಡ್ಭಿರ್ಭಕ್ತಂ ಭವತಿನಿಯತಂ ಗೋಲಗರ್ಭೇಘನಾಖ್ಯಂ ॥

ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರೇ ಪರಿಧಿಗುಣಿತ ವ್ಯಾಸಪಾದಃ ಫಲಂಸ್ಯಾತ್ । ತತ್ ವೇದೈಃ ಕ್ಷುಣ್ಣಂ ಕನ್ದುಕಸ್ಯ ಉಪರಿ ಪರಿತಃ ಜಾಲಂ ಇವ ಫಲಂ ಭವತಿ॥ ಏವಂ ಯತ್ ಗೋಲಸ್ಯ ಪೃಷ್ಠಜಂ ಫಲಂ ಜಾತಂ ತತ್ । ಅಪಿ ಚ ವ್ಯಾಸ ನಿಘ್ನಂ ಷಡ್ಭಿಃ ಭಕ್ತಂ ಗೋಲಗರ್ಭೇ ಘನಾಖ್ಯಂ ನಿಯತಂ ಫಲಂ ಭವತಿ ॥

ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸದ ¼ ಭಾಗವನ್ನು ಪರಿಧಿ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ಬರುವುದೋ ಅದು ಆ ವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲವಾಗಿರುವದು. ಆ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ೪ ರಿಂದ ಗುಣಾಕಾರಮಾಡಿ ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ಬರುವುದೋ ಅದು ಗೋಳದ ಮೇಲುಗಡೆ ನಾಲ್ಕು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಹೊಲದಿರುವ ಚಂಡಿನ ಬಲೆಯಂತೆ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವಾಗುವದು. ಈ ಪ್ರಕಾರ ಗೋಳದ ಮೇಲಭಾಗದ ಚಂಡಿನ ಬಲೆಗೆ ಸಮಾನ

ಯಾವ ಫಲ ದೊರಕುವದೋ ಅದನ್ನು ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ ೬ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಗೋಳದ ಒಳಗಿನ ಭಾಗದ ಘನಫಲವಾಗಿರುತ್ತೆ.

ಉದಾಹರಣಂ.—ಯದ್ವ್ಯಾಸಸ್ತುರಗೈರ್ಮಿತಃ ಕಿಲಫಲಂ ಕ್ಷೇತ್ರೇ ಸಮೇ ತತ್ರ ಕಿಂ । ವ್ಯಾಸಃ ಸಪ್ತಮಿತಶ್ಚ ಯಸ್ಯ ಸುಮತೇ ಗೋಲಸ್ಯ ತಸ್ಯಾಪಿ ಕಿಂ ॥ ಪೃಷ್ಠೇ ಕನ್ದುಕ ಜಾಲ ಸನ್ನಿಭ ಫಲಂ ಗೋಲಸ್ಯ ತಸ್ಯಾಪಿ ಕಿಂ । ಮಧ್ಯೇ ಬ್ರೂಹಿ ಘನಂ ಫಲಂ ಚ ವಿಮಲಾಂ ಚೇದ್ವೇತ್ಸಿ ಲೀಲಾವತೀಂ ॥

ಹೇ ಸುಮತೇ ! ಚೇದ್ವಿಮಲಾಂ ಲೀಲಾವತೀಂ ವೇತ್ಸಿ ತರ್ಹಿ ಕಿಲ ಯದ್ವ್ಯಾಸಃ ತುರಗೈಃ ಮಿತಃ ತತ್ರ ಸಮೇಕ್ಷೇತ್ರೇ ಫಲಂ ಕಿಂ ? ಯಸ್ಯ ಚ ಗೋಲಸ್ಯ ಸಪ್ತಮಿತಃ ವ್ಯಾಸಃ ತಸ್ಯ ಅಪಿ ಪೃಷ್ಠೇ ಕನ್ದುಕ ಜಾಲ ಸನ್ನಿಭ ಫಲಂ ಕಿಂ ? ತಥಾ ತಸ್ಯ ಅಪಿ ಗೋಲಸ್ಯ ಮಧ್ಯೇ ಘನಂ ಫಲಂ ಕಿಂ ? ಇತಿ ಮೇ ಬ್ರೂಹಿ ।

ಎಲೈ ಬುದ್ಧಿವಂತನೇ ! ಲೀಲಾವತಿಯನ್ನು ಚನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರುವನಾಗಿದ್ದರೆ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವು ಕುದುರೆ (೭) ಯಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಸಮವೃತ್ತ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಚದುರಳತೆಯು ಏನು ? ಮತ್ತು ಯಾವ ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವು ೭ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಬೆನ್ನಿನಮೇಲೆ ಚಂಡಿನ ಬಲೆಯಂತಿರುವ ಭಾಗದ ಚದುರಳತೆಯು ಏನಾಗುವದು ? ಹಾಗೇನೆ ಅದೇ ಗೋಳದ ಅಂತರ್ಭಾಗದ (ಒಳಗಡೆಯ) ಘನಫಲವೇನಾಗುವದು ? ಎಂಬುದನ್ನು ನನಗೆ ಹೇಳು.

ನ್ಯಾಸಃ.—ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರಫಲದರ್ಶನಾಯ—ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣಃ = ೭ ಪರಿಧಿಪ್ರಮಾಣವು = ೭ × ೨೨ ÷ ೭ = ೨೨, ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವು ೨೨ × $\frac{೭}{೪}$ = ೩೮·೫ ಚದುರವಾಗುತ್ತೆ. ಗೋಲಪೃಷ್ಠಫಲದರ್ಶನಾಯ— ವ್ಯಾಸಃ—೭

ಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲವು $\frac{೨೨ \times ೭}{೭} \times \frac{೭}{೧}$ = ೧೫೪ ಘನಫಲವಾಗುತ್ತೆ. ೩೮·೫ × ೪ = ೧೫೪. ಅಥವಾ ತ್ರಿಜ್ಯ × ತ್ರಿಜ್ಯ (ತ್ರಿಜ್ಯ^2) × π R^2 × $\frac{೨೨}{೭}$

$= \frac{೭}{೨} \times \frac{೭}{೨} \times \frac{೨೨}{೭} = \frac{೭೭}{೨} =$ ೩೮·೫. (πR^2) = area of a circle. $\pi R^2 \times$ ೪ = cubical contents of a circle. (ಘನಫಲ) ೩೮·೫ × ೪ = ೧೫೪ is cubical contents of the circle. ಅಥ ಪ್ರಕಾರಾನ್ತರೇಣ ತತ್ಫಲಾನಯನೇಕರಣಸೂತ್ರಂ ಸಾರ್ಧವೃತ್ತಂ.

ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಒಂದೂವರೆ (೧½) ಶ್ಲೋಕದಿಂದ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

(೩) ವ್ಯಾಸಸ್ಯವರ್ಗೇ ಭನವಾಗ್ನಿನಿಘ್ನೇ ಸೂಕ್ಷ್ಮಂ ಫಲಂ ಪಂಚ ಸಹಸ್ರಭಕ್ತೇ। ರುದ್ರಾಹತೇ ಶಕ್ರಹೃತೇಽಥವಾಸ್ಯಾತ್ ಸ್ಥೂಲಂ ಫಲಂ ತದ್ವ್ಯವಹಾರಯೋಗ್ಯಂ॥ ಘನೀಕೃತವ್ಯಾಸದಲಂನಿಜೈಕ ವಿಂಶಾಂಶಯುಗ್ಗೋಲ ಘನಂ ಫಲಂಸ್ಯಾತ್॥

ಭನವಾಗ್ನಿ (೩೯೨೭) ನಿಘ್ನೇವ್ಯಾಸಸ್ಯ ವರ್ಗೇ ಪಂಚಸಹಸ್ರ ಭಕ್ತೇ ಸತಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮಂ ಫಲಂ ಭವತಿ। ಅಥವಾ ರುದ್ರ(೧೧)ಹತೇವ್ಯಾಸಸ್ಯವರ್ಗೇ ಶಕ್ರ(೧೪) ಹೃತೇಸತಿಯತ್‌ಫಲಂ ತತ್ ವ್ಯವಹಾರಯೋಗ್ಯಂ ಸ್ಥೂಲಂ ಫಲಂಸ್ಯಾತ್। ನಿಜೈಕ ವಿಂಶಾಂಶಯುಕ್ ಘನೀಕೃತವ್ಯಾಸದಲಂ ಗೋಲ ಘನಂಫಲಂಸ್ಯಾತ್॥

ವ್ಯಾಸದ ವರ್ಗವನ್ನು ೩೯೨೭ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ೫೦೦೦ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಯಾವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಬರುವುದೋ ಅದು ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದ ಸೂಕ್ಷ್ಮಚದುರವಾಗಿರುತ್ತೆ। ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವರ್ಗವನ್ನು ೧೧ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ೧೪ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಯಾವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಬರುವದೋ ಅದು ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಯವಹಾರಯೋಗ್ಯವಾದ ಸ್ಥೂಲಫಲ (ಚದುರ)ವಾಗುತ್ತೆ; ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಘನ (Cube)ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ಬರುವುದೋ ಅದನ್ನು ೨೧ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಬಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ ಬಂದ ಅಂಕಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಅದರ ಮೊತ್ತವು ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದ ಒಳಭಾಗದ ಘನಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲವಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣಂ.—ವ್ಯಾಸಃ ೭ ಅಸ್ಯವರ್ಗೇ ೭×೭=೪೯×೩೯೨೭÷೫೦೦೦ ಸೂಕ್ಷ್ಮಫಲಂ ೩೮ $\frac{೨೪೨೩}{೫೦೦೦}$ ಅಥವಾ ೩೮.೪೮೪೬ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಚದುರಳತೆ ಅಥವಾ ವ್ಯಾಸಸ್ಯವರ್ಗೇ ೭×೭=೪೯×೧೧=೫೩೯÷೧೪ ಹೃತೇ ಲಬ್ಧಂಸ್ಥೂಲಂಫಲಂ ೩೮½ ಅಥವಾ ೩೮.೫ ಸ್ಥೂಲ ಚದುರಳತೆ ಘನೀಕೃತವ್ಯಾಸದಲಂ ೭×೭×೭÷೨=$\frac{೩೪೩}{೨}$ ನಿಜೈಕವಿಂಶಾಂಶ ಯುಕ್ $\frac{೩೪೩}{೨}$

$$+\frac{೩೪೩}{೨}\times\frac{೧}{೨೧}=\frac{೩೪೩}{೨}+\frac{೩೪೩}{೪೨}=\frac{೭೨೦೩+೩೪೩}{೪೨}=\frac{೭೫೪೬}{೪೨}=$$

೧೭೯ $\frac{೨}{೩}$ or ೧೭೯.೬೬ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಬಂದಿತು. ಇದೇ ಆ ವೃತ್ತದ ಸ್ಥೂಲ ಘಲ ಫಲವಾಗಿರುತ್ತೆ.

ಅಥ ಶರಜೀವಾನಯನಾಯಕರಣ ಸೂತ್ರಂ ಸಾರ್ಧಂ ವೃತ್ತಂ ।

ಶರ ಮತ್ತು ಜಿವಾ (ಜ್ಯಾ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ೧½ ಶ್ಲೋಕದಿಂದ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

(೪) ಜ್ಯಾವ್ಯಾಸಯೋಗಾನ್ತರ ಘಾತಮೂಲಂ ವ್ಯಾಸಸ್ತದೂನೋ ದಲಿತಃ ಶರಃಸ್ಯಾತ್ । ವ್ಯಾಸಾಚ್ಛರೋ ನಾಚ್ಛರ ಸಂಗುಣಾಚ್ಚ ಮೂಲಂ ದ್ವಿನಿಘ್ನಂ ಭವತೀಹಜೀವಾ ॥ ಜೀವಾರ್ಧವರ್ಗೇಶರ ಭಕ್ತಯುಕ್ತೇ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣಂ ಪ್ರವದನ್ತಿವೃತ್ತೇ ॥

ಯತ್ ಜ್ಯಾವ್ಯಾಸಯೋಗಾನ್ತರಘಾತಮೂಲಂ ತದೂನಃ ವ್ಯಾಸಃ ದಲಿತಃ ಕಾರ್ಯಃ । ತದಾಶರಃಸ್ಯಾತ್ । ಶರೋನಾತ್ ಶರಸಂಗುಣಾತ್ ಚ ವ್ಯಾಸಾತ್ ಯತ್ ಮೂಲಂ ಲಭ್ಯೇತ ತತ್ ದ್ವಿನಿಘ್ನಂ ಇಹಜೀವಾ ಭವತಿ । ಜೀವಾರ್ಧ ವರ್ಗೇಶರ ಭಕ್ತಯುಕ್ತೇ ಸತಿವೃತ್ತೇ ವ್ಯಾಸ ಪ್ರಮಾಣಂ ಪ್ರವದನ್ತಿ ॥

ಜ್ಯಾವ್ಯಾಸ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಇವುಗಳ ಅಂತರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಯಾವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಬರುವದೋ ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲಮಾಡಿ ಅದರಿಂದ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಯಾವ ಶೇಷ ಬರುವುದೋ ಆ ಶೇಷಾಂಕವನ್ನು ೨ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಬಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಅದು ಶರಯಾಜ್ಯಾ ಪ್ರಮಾಣವಾಗುವುದು. ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಶರ ಪ್ರಮಾಣ

ವನ್ನು ವ್ಯವಕಲನಮಾಡಿ ಬಂದ ಶೇಷವನ್ನು ಶರಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ೨ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಜೀವಪ್ರಮಾಣವಾಗುತ್ತೆ. ಜೀವಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ೨ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಅದರ ವರ್ಗವನ್ನು ಶರಪ್ರಮಾಣದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಬಂದ ಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಶರಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತೆ–ಎಂದು ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣಂ.— ದಶವಿಸ್ತೃತಿ ವೃತ್ತಾನ್ತ ಯತ್ರಜ್ಯಾಷಣ್ಮಿತಾಸಖೇ। ತತ್ರೇಷುಂ ವದಬಾಣಾಜ್ಜ್ಯಾಂ ಜ್ಯಾಬಾಣಾಭ್ಯಾಂ ಚ ವಿಸ್ತೃತಿಂ॥

ಹೇ ಸಖೇ! ಯತ್ರ ದಶವಿಸ್ತೃತಿ ವೃತ್ತಾನ್ತಃ ಜ್ಯಾಷಣ್ಮಿತಾ ಅಸ್ತಿ । ತತ್ರ ಇಷುಂವದ । ಬಾಣಾತ್ ಜ್ಯಾಂವದ । ಜ್ಯಾಬಾಣಾಭ್ಯಾಂ ವಿಸ್ತೃತಿಂಚ ವದ॥

ಎಲೈ ಸ್ನೇಹಿತನೇ! ಯಾವ ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವು ೧೦ ಜ್ಯಾಪ್ರಮಾಣವು ೬ ಆಗ ಶರಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳು; ಮತ್ತು ಬಾಣ (ಶರ) ಪ್ರಮಾಣ ತಿಳಿದುಕೊಂಡು ಜ್ಯಾಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಹೇಳು.

ನ್ಯಾಸಃ.—ಜ್ಯಾಶರಗಳ ಪ್ರಮಾಣಗಳಿಂದ ವ್ಯಾಸ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸಹ ಹೇಳು. ವ್ಯಾಸಃ ೧೦ ಜ್ಯಾ ೬ ಯೋಗಃ ೧೬ ಅನ್ತರಂ ೪ ಘಾತಃ ೬೪ ಅಸ್ಯಮೂಲಂ ೮ ಏತದೂನೋವ್ಯಾಸಃ ೨ ದಲಿತಃ ೧ ಜಾತಶರಃ ೧ ಬಂದು ಶರಪ್ರಮಾಣ=(೧೦ + ೬)×(೧೦ − ೬)=೬೪. √೬೪=೮.(೧೦−೮)÷೨=೧ ಬಂದೇ

ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣ ೧೦ ಮತ್ತು ಶರಪ್ರಮಾಣ ೧ ಆದರೆ ಜೀವ ಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು.. ೧೦−೧=೯×೧=೯. √೯=೩×೨=೬ ಜೀವ ಪ್ರಮಾಣವು (ವ್ಯಾಸ−ಶರ)×ಶರ × ೨ = ಜೀವ ಪ್ರಮಾಣವಾಗುವುದು.

ಈಗ ಶರ ೧ ಜೀವಪ್ರಮಾಣ ೬ ಆದರೆ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಜೀವಾ ೬÷೨=೩ ೩×೩=೯ ೯÷೧ =೯+೧=೧೦ ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣ ಗೊತ್ತಾಗುವದು {(ಜೀವಾ÷೨)^2÷ಶರ} +ಶರ= ವ್ಯಾಸಪ್ರಮಾಣವಾಗುವದು.

ತ್ರಿಭುಜ ವ್ಯವಹಾರಃ

(೫) ತತ್ಕೃತ್ಯೋರ್ಯೋಗಪದಂ ಕರ್ಣೋದೋಃ ಕರ್ಣವರ್ಗ ಯೋರ್ವಿವರಾತ್ । ಮೂಲಂ ಕೋಟಿ ಕೋಟಿಶ್ರುತಿ ಕೃತ್ಯೋರನ್ತರಾತ್ಪದಂ ಬಾಹುಃ ॥

ದೋಃ ಕರ್ಣವರ್ಗಯೋಃ ವಿವರಾತ್ ಮೂಲಂ ಕೋಟಿಃಸ್ಯಾತ್ । ಕೋಟಿಶ್ರುತಿಕೃತ್ಯೋಃ ಅನ್ತರಾತ್ ಪದಂ ಬಾಹುಃಸ್ಯಾತ್ ॥

ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೋಟಿಯ ವರ್ಗಮಾಡಿ ಅವುಗಳ ಯೋಗದ ವರ್ಗ ಮೂಲವು ಕರ್ಣಪ್ರಮಾಣವಾಗುತ್ತೆ; ಭುಜ ಮತ್ತು ಕರ್ಣದ ವರ್ಗ ಮಾಡಿ ಅವುಗಳ ಅಂತರದ ವರ್ಗಮೂಲವು ಕೋಟಿಪ್ರಮಾಣವಾಗುತ್ತೆ: ಕೋಟಿ ಮತ್ತು ಕರ್ಣದ ವರ್ಗಮಾಡಿ ಅವುಗಳ ಅಂತರದ ವರ್ಗ ಮೂಲವು ಭುಜಪ್ರಮಾಣವಾಗುತ್ತೆ.

ಉದಾಹರಣಂ.—ಕೋಟಿಶ್ಚತುಷ್ಟಯಂ ಯತ್ರದೋಸ್ತ್ರಯಂ ತತ್ರ ಕಾಶ್ರುತಿಃ । ಕೋಟಿಂದೋಃ ಕರ್ಣತಃ ಕೋಟಿಶ್ರುತಿಭ್ಯಾಂಚ ಭುಜಂ ವದ ॥

ಯತ್ರ ಚತುಷ್ಟಯಂ ಕೋಟಿಃ ತ್ರಯಂದೋಃ ತತ್ರ ಶ್ರುತಿಃ ಕಾ ದೋಃಕರ್ಣತಃ ಕೋಟಿಂವದ । ಕೋಟಿಶ್ರುತಿಭ್ಯಾಂ ಭುಜಂಚ ವದ ।

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋಟಿ ಪ್ರಮಾಣವು ೪ ಭುಜದ ಪ್ರಮಾಣವು ೩ ಹಾಗಾದರೆ ಕರ್ಣಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು? ಭುಜಕರ್ಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿದು ಕೋಟಿಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು? ಕೋಟಿಕರ್ಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿದು ಭುಜಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು? ಇವುಗಳನ್ನು ಹೇಳು. ಕೋಟಿ ೪. ಭುಜ ೩. ವರ್ಗ ೩×೩=೯. ಕೋಟಿ ೪ರ ವರ್ಗ ೧೬. ಇವುಗಳ ಯೋಗ ೧೬+೯=೨೫. ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲ $\sqrt{೨೫}$=೫. ಕರ್ಣಮಾನ ೫.

ಕರ್ಣ ೫. ಭುಜ ೩. ಇವುಗಳ ವರ್ಗ ೨೫ ಮತ್ತು ೯. ಅಂತರ ೨೫−೯=೧೬. ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲ $\sqrt{೧೬}$=೪. ಇದು ಕೋಟಿಯ ಮಾನ ೪ ನಾಲ್ಕು.

ಕೋಟಿ ೪. ಕರ್ಣ ೫. ಇವುಗಳ ವರ್ಗಾಂತರ ೨೫−೧೬=೯. ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲ $\sqrt{೯}$=೩. ಇದರ ಭುಜಮಾನ ೩. ಹೀಗೆ ಎರಡು

ಭುಜಗಳ ಮಾನವು ತಿಳಿದರೆ ಮೂರನೆ ಭುಜವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

(೧) ಕಸ್ಯಚಿತ್ಸಮಕೋಣಸ್ಯ ಕರ್ಣರೇಖಾ ಪಂಚದಶಾಂಗುಲಾಃ (೧೫) ಆಧಾರ ಭುಜಸ್ಯಮಾನಃ ನವಅಂಗುಲಾಃ । ತದಾತೃತೀಯ ಬಾಹ್ವೋಃ ಮಾನಃ ಕತ್ಯಂಗುಲಾಃ ? ಸಮಕೋಣಸ್ಯ ಪುರತಃ ಸ್ಥಿತಸ್ಯ ನ್ಯೂನಕೋಣಸ್ಯ, ಜ್ಯಾಕೋಜ್ಯಾಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ ಏತಾಸಾಂ ಮಾನಃ ಮಾಯತಾಂ ।

(೨) ಸಮಚತುರ್ಬಾಹುಯುತ ಕಿಂಚಿತ್ ಕ್ಷೇತ್ರಂ ವರ್ತತೇ । ತದಾಕೃತ್ಯಾಂ ಏಕಕರ್ಣರೇಖಾ ಕೃಷ್ಯತೇ । ತತ್ರಸ್ಥಿತನ್ಯೂನ ಕೋಣ ಮಧಿಕೃತ್ಯ ಷಡ್ವಿಧನಿಷ್ಪತ್ತೀನ್ ಯಥಾ ಕ್ರಮಂ ವದ ।

(೩) ಏಕಸ್ಮಿನ್ ತ್ರಿಭುಜ ಕ್ಷೇತ್ರೇ ಕರ್ಣರೇಖಾಮಾನಃ ತ್ರಯೋದಶ (೧೩) ಆಧಾರಭುಜಃ ದ್ವಾದಶ (೧೨) ಲಂಬರೇಖಾ ಪಂಚ । ಏವಂ ಸ್ಯಾದ್ಯದಿ ತದಾನ್ಯೂನಕೋಣ ಮಧಿಕೃತ್ಯ ಷಡ್ರೂಪಜ್ಯಾ ಇತ್ಯಾದಿನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಕ್ರಮಾನ್ ವದತ ।

(೪) ಕಸ್ಯಾಶ್ಚಿತ್ ವಂಶಮಯ ನಿಶ್ರಯಣ್ಯಾಃ ಉನ್ನತಃ ಸಪ್ತದಶ ಹಸ್ತಾಃ ಸನ್ತಿ । ಇಯಂ ಕುಡ್ಯಾತ್ ಅಷ್ಟ ಹಸ್ತ ದೂರೇ ನಿಹಿತಾ । ಅಸ್ಯಾಃ ಅಗ್ರಭಾಗಃ ಕುಡ್ಯಸ್ಥ ವಾತಾಯನಂ ಸ್ಪರ್ಶತಿ । ತರ್ಹಿಕುಡ್ಯಸ್ಥ ವಾತಾಯನಸ್ಯ ಉನ್ನತಃ ಕಿಯಾನಿತಿಮೇ ವದ । ಅಪಿಚ ಅಸ್ಯಾಃ ಕುಡ್ಯ ಸಂಸರ್ಗೇನ ಕೃತಸ್ಯ ಕೋಣಸ್ಯಜ್ಯಾ ಅನಯೋಃ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಂಕೋಜ್ಯಾವದ।

(೫) ನಿಮ್ನ ಲಿಖಿತ ಕೋಣಸ್ಯ ಶತಾಂ ಶಕ್ರಮೇಣ ಪರಿವರ್ತಯ ।
೬೯°೧೩'೩೦"·೫೦° ೩೭'೫·೭"·೪೩°೫೨'೩೮·೧"೧೧°·೦'೩೮·೪"

(೬) ನಿಮ್ನ ಲಿಖಿತ ಕೋಣಸ್ಯಾಂ ಶಾನ್ ಷಷ್ಟ್ಯಂಶ ಕ್ರಮೇಣ ಪರಿವರ್ತಯ । ೫೬° ೮೭'. ೫೦". ೩೯° ೬' ೨೫". ೭° ೧೦' ೬. ೫". ೬' ೨೫" ೩೭' ೫". ೪ $\frac{೭}{೪೪}$

(೭) ತ್ರಿಭುಜಕ್ಷೇತ್ರಸ್ಯಾಷ್ಟೌ ಬಾಹುಪ್ರತಿಬಾಹುಭೂಮಯೋದಣ್ಡಾಃ।
ತದ್ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಫಲಂ ಗಣಯಿತ್ವಾಚಕ್ಷ್ವಮೇ ಶೀಘ್ರಂ ॥
ತ್ರಿಭುಜಸ್ಯ ವ್ಯವಹಾರಿಕ ಫಲಂ=$\frac{೩}{೪}$×೮×೮=೩೨ ಚ. ದಂಡಾಃ
ತ್ರಿಭುಜ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ, ಬಾಹು, ಪ್ರತಿಬಾಹು, ಆಧಾರ ಬಾಹುಗಳು ೮ ದಂಡಪ್ರಮಾಣಗಳು. ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಷೇತ್ರದ ವ್ಯವಹಾರ ಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲವೇನು ? (ಉ. ೩೨ ಚ. ದಂಡಪ್ರಮಾಣಗಳು)

(೮) ವ್ಯಾಸೋಽಷ್ಟಾ ದಶವೃತ್ತಸ್ಯ ಪರಿಧಿಃ ಕಃ ಫಲಂಚ ಕಿಂ।
ವ್ಯಾಸೋಽಷ್ಟಾದಶವೃತ್ತಾರ್ಧೇ ಗಣಿತಂ ಕಿಂ ವದಾಶುಮೇ ॥
ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಷೇತ್ರದ ವ್ಯಾಸವು ೧೮, ಆ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಎಷ್ಟು? ಮತ್ತು ಆ ವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವೆಷ್ಟು ? ವ್ಯಾಸ × ೩ = ಪರಿಧಿ (ವ್ಯಾಸ ÷ ೨)^{೨} × ೩ = ಫಲಂ.

(೯) ವಿಧಿ—ತ್ರಿಗುಣೀಕೃತ ವಿಷ್ಕಂಭಃ ಪರಿಧಿವ್ಯಾಸಾರ್ಧವರ್ಗರಾಶಿ ರಯಂ। ತ್ರಿಗುಣಃ ಫಲಂ ಸಮೋಽರ್ಧೇ ವೃತ್ತೇಽರ್ಧಂ ಪ್ರಾಹು ರಾಚಾರ್ಯಾಃ॥ ವ್ಯಾಸಃ ೧೮×೩=೫೪ ಪರಿಧಿ ಪ್ರಮಾಣಃ $\frac{೧}{೨}$×೧೮=(೯)^{೨}=೮೧×೩=೨೪೩ ವೃತ್ತಸ್ಯಕ್ಷೇತ್ರಫಲಂ;

$$ವೃತ್ತಾರ್ಧಂ \frac{೫೪}{೨} = ೨೭, \quad \frac{೨೪೩}{೨} = ೧೨೧\frac{೧}{೨}.$$

(೧೦) ಕಸ್ಯಚಿತ್ ಶಕಟ ಚಕ್ರಸ್ಯ ವ್ಯಾಸಮಾನಂ ಷಟ್ ತ್ರಿಂಶದಂಗುಲಾನಿ।
ತಚ್ಛಕ್ರಂ ಪಂಚ ಮೈಲಿ ದೂರ ಗಮನೇ ಕತಿಕೃತ್ವಃ ಭ್ರಮತಿ ?
(ಉ. ೨೮೦೦ ಅಷ್ಟವಿಂಶತಿ ಶತವಾರಂ ಭ್ರಮತಿ)

(೧೧) ಕಸ್ಯಚಿದ್ಧೂಮ ಶಕಟಸ್ಯ ಯಂತ್ರಚಕ್ರಸ್ಯ ವ್ಯಾಸಮಾನಂ ದ್ವಿ ಚತ್ವಾರಿಂಶದಂಗುಲಾನಿ । ಏಕಸ್ಮಿನ್ನಿಮಿಷೇದ್ವಿ ಶತವಾರಂ (೨೦೦) ಭ್ರಮತಿ । ತದ್ಧೂಮಶಕಟಂ ಏಕಸ್ಯಾಂ ಘಟಿಕಾಯಾಂ ಕತಿ ದೂರ ಮಾರ್ಗಂ ಗಚ್ಛತಿ । (ಉ. ೨೫ ಮೈಲಿ ದೂರಂ ಗಚ್ಛತಿ)

(೧೨) ಕಸ್ಯಚಿದ್ಧೂಮಶಕಟ ಯಂತ್ರಸ್ಯ ಚಕ್ರಸ್ಯ ವ್ಯಾಸಮಾನಃ (೬೦) ಷಷ್ಟ್ಯಂಗುಲಾನ್ಯಸ್ತಿ। ಏಕಸ್ಮಿನ್ನಿಮಿಷೇ ಅಷ್ಟಷಷ್ಟ್ಯುತ್ತರ ಶತ ವಾರಂ (೧೬೮) ಭ್ರಮಣಂ ಕರೋತಿ । ತಚ್ಛಕಟಃ ಏಕಸ್ಯಾಂ

ಘಟಿಕಾಯಾಂ ಕತಿದೂರಂ ಗಮಿಷ್ಯತಿ । (ಉತ್ತರಂ—೩೦ ಮೈಲಿ ದೂರಂ ಏಕಸ್ಯಾಂ ಘಂಟಾಯಾಂ ಗಚ್ಛತಿ)

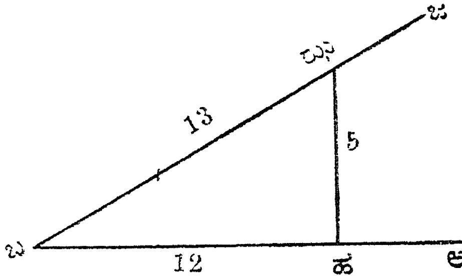
(೧೩) ಕಸ್ಯಚಿದ್ವೃತ್ತಾಕಾರ ಪ್ರಾಂಗಣಸ್ಯ ವ್ಯಾಸಮಾನಃ ಚತ್ವಾರಿಂಶತ್ (೪೨) ದಂಡಮಾನೋ ವರ್ತತೇ। ತಸ್ಯಕ್ಷಿತಿತಲೌ ಸ್ಫಟಿಕ ಶಿಲಾಂ ಸ್ಥಾಪಯಿತುಂ ದಂಡಮಾನವರ್ಗಾಕೃತೇಃ ಏಕಸ್ಯಾಃ ಸಾರ್ಧಪಂಚ ರೂಪ್ಯಕಾಃ (೫½) ಭವನ್ತಿ। ತರ್ಹಿ ಸಮಗ್ರ ಭೂಮೇಃ ಅಲಂಕಾರಿತುಂ ಕತಿ ರೂಪ್ಯಕಾಭವೇಯುಃ। (ಉತ್ತರಂ–೭೬೨೩ ರೂಪ್ಯಕಾಃ ಭವನ್ತಿ)

(೧೪) ವೃತ್ತಾಕಾರಯೋಃ ಪ್ರಾಂಗಣಯೋಃ ಪ್ರಥಮ ಪ್ರಾಂಗಣಸ್ಯ ತ್ರಿಜ್ಯಮಾನಃ ಚತುಶ್ಚತ್ವಾರಿಂಶದಧಿಕಶತಾಂಗುಲಾನಿ (೧೪೪) ದ್ವಿತೀಯ ಪ್ರಾಂಗಣಸ್ಯ ತ್ರಿಜ್ಯಮಾನಃ ವಿಂಶತ್ಯುತ್ತರ ಚತುಶತಾಂಗುಲಾನಿ (೪೨೦) ಅನಯೋಃದ್ವಯೋಃ ವೃತ್ತಯೋಃ ಸಂಯುಕ್ತ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಂಕಿಯತ್। ತದೇವಸಂಯುಕ್ತ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಂ ತೃತೀಯ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಪ್ರಾಂಗಣಸ್ಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲೇನ ಸಮಾನೋ ಭವೇದ್ಯದಿ ತೃತೀಯ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಪ್ರಾಂಗಣಸ್ಯ ತ್ರಿಜ್ಯಮಾನಃ ಕಿಂ ಭವತಿ ಇತಿ ಮೇ ವದ । (ಉತ್ತರಂ ಸಂಯುಕ್ತ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಂ ೬೧೯೫೭೦$\frac{2}{7}$ಚ. ಅಂಗುಲಾನಿ. ಅಪಿಚ ತೃತೀಯ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಪ್ರಾಂಗಣಸ್ಯ ತ್ರಿಜ್ಯಮಾನಃ ೪೪೪ ಅಂಗುಲಾನಿ)

ಶ್ರೀಃ

ತ್ರಿಕೋಣಮಿತಿಃ

(೧) ಸಜಾತೀಯವಸ್ತುಭಿಃ ಸಜಾತೀಯವಸ್ತೂನಾಂ ಯಃ ಸಂಬಧಃ ತತ್ಸಂಬಧ ಪ್ರದರ್ಶನಂ ಅನುಪಾತ ಮಿತ್ಯುಚ್ಯತೇ । ಯಥಾ ಏನಕೇನ ಚಿದ್ವಸ್ತುನಾ ಕತಿಪಯಗುಣಾಧಿಕಾಃ ಅಥವಾ ಕತಿಪಯನ್ಯೂನಂ ಇತಿ ಔಪಮ್ಯಮೇವ ಅನುಪಾತ ಶಬ್ದಂವಾಚ್ಯಂ । ಅಃ ಬಃಃ ಜಃ ಝ ಏಭಿ ಶ್ಚಿನ್ಹೈಃ ಅನುಪಾತಂಪ್ರದರ್ಶ್ಯತೇ । ಅನುಪಾತೇ ಚತ್ವಾರಃ ಪದಾಃ ಸನ್ತಿ । ಪ್ರಥಮಃ, ದ್ವಿತೀಯಃ, ತೃತೀಯಃ ತುರೀಯಃ ಇತಿ । ಏಷು ಯೌತಾವತ್ ದ್ವೌಪದೌ ಸಜಾತೀಯೌ । ಅನ್ಯದ್ವೌ ವಿಜಾತೀಯಾವಿತಿ । ವಿಜಾತೀಯಃ ಕಃ? ಅನ್ಯದ್ವೌ ಪದೌ ಸಜಾತೀಯಾವೇವ । ಕಿನ್ತು ಪ್ರಥಮದ್ವಯಸ್ಯ ದ್ವಿತೀಯ ದ್ವಯವರ್ಗಃ ವಿಜಾತೀಯ ಇತಿ । ಏಷು ಪದೇಷು ಪ್ರಥಮಾಂ ತಯೋಃ ಪದಯೋಃ ಗುಣಲಬ್ಧಃ ಮಧ್ಯಮಯೋಃ ಪದಯೋಃ ಗುಣಲಬ್ಧಸ್ಯಸಮಃ ।



ತ್ರಿಕೋಣಮಾನನಿಷ್ಪತ್ತಯಃ

ಅಬಜ ನ್ಯೂನಕೋಣೋ ಭವತು । ಬಜಸ್ಯೋಪರಿ ಝ ಚಿನ್ಹಂ ಕುರು । **ಝ** ಬಿನ್ದೋಃ **ಝಹ** ಇತಿ ಲಂಬರೇಖಾಂ ಕರ್ಷ । ಏತೇನ ಹಬಝ ಇತಿ ಸಮಕೋಣ ತ್ರಿಭುಜೇ ಹಬಝ ಇತಿ ನ್ಯೂನಕೋಣಮಧಿ ಕೃತ್ಯ ತಸ್ಯಷಣ್ಣಿಷ್ಪತ್ತಯಃ ವಿಧಯಃ ಕಥ್ಯನ್ತೇ । ತದ್ಯಥಾ

(೧) ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{\text{ಝಹ}}{\text{ಬಝ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}}$ ಬಕೋಣಸ್ಯಜ್ಯಾ (Sine) ಇತಿಕಥ್ಯತೇ

(೨) ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{\text{ಬಹ}}{\text{ಬಝ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಆಧಾರಭುಜಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}}$, ಬಕೋಣಸ್ಯಕೋಟಿಜ್ಯಾ (Cosine) ಇತಿ ಕಥ್ಯತೇ ।

(೩) ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{\text{ಝಹ}}{\text{ಬಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}}$, ಬಕೋಣಸ್ಯಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ (Tangent) ಇತಿ ಕಥ್ಯತೇ ।

(೪) ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{\text{ಬಹ}}{\text{ಝಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಆಧಾರಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}}$, ಬಕೋಣಸ್ಯಕೋಟಿಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ (Cotangent) ಇತಿ ಕಥ್ಯತೇ ।

(೫) ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{\text{ಬಝ}}{\text{ಬಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}}$, ಬಕೋಣಸ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕೋಟಿಜ್ಯಾ (ಶರ) (Secant) ಇತಿ ಕಥ್ಯತೇ ।

(೬) ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{\text{ಬಝ}}{\text{ಝಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}}$, ಬಕೋಣಸ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಜ್ಯಾ (ಕೊಟಿಶರ) (Cosecant) ಇತಿ ಕಥ್ಯತೇ ।

ಬಾಲಾನಾಂ ಸುಖಬೋಧಾಯ ಇತ್ಥಂ ಕಥ್ಯನ್ತೇ । ತದ್ಯಥಾ

(೧) ಬಸ್ಯಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಝಹ}}{\text{ಬಝ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}}$,

(೨) ಬಸ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಬಝ}}{\text{ಝಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}}$

(೩) ಬಸ್ಯಕೋಟಿಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಬಹ}}{\text{ಬಝ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಆಧಾರಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}}$

(೪) ಬಸ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕೋಟಿಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಬಝ}}{\text{ಬಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}}$

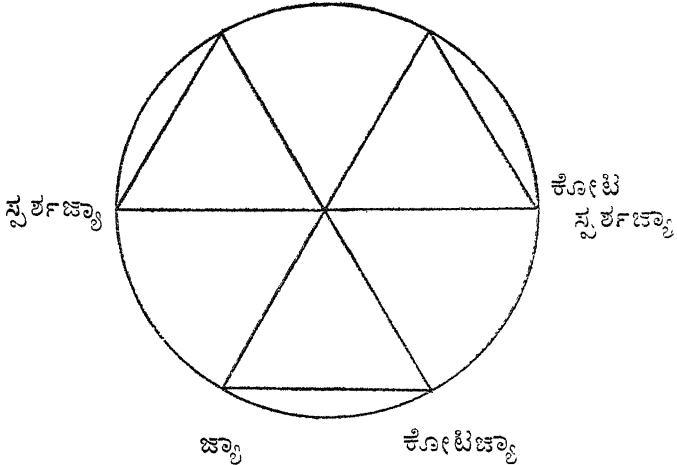
(೫) ಬಸ್ಯಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಝಹ}}{\text{ಬಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}}$

(೬) ಬಸ್ಯಕೋಟಿಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಬಹ}}{\text{ಝಹ}}$ ಉತ $\frac{\text{ಆಧಾರಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}}$

(೧) ಏತೇನಜ್ಯಾ × ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಜ್ಯಾ $\frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}} \times \frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}} = 1$

(೨) ಕೋಟಿಜ್ಯಾ × ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕೋಟಿಜ್ಯಾ $\frac{\text{ಆಧಾರಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}} \times \frac{\text{ಕರ್ಣ}}{\text{ಆಧಾರಃ}} = 1$

(೩) ಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ × ಕೋಟಿಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $\frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}} \times \frac{\text{ಆಧಾರಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}} = 1$



ಅಥಷಟ್ಕೋಣಚಕ್ರಂ.—ಮಣ್ಡಲಮೇಕಂ ರಚಯತ । ಮಣ್ಡಲ ಪರಿಧಿಂ ಷಟ್ಸಮಭಾಗೇನ ವಿಭಜ್ಯತ । ತದಾಕೋಣಸ್ಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಯಃ ಕಥಮಸ್ತೀತಿ ಪಶ್ಯತ ।

(೧) ಏಕಸ್ಮಿನ್ ಸಮಕೋಣ ತ್ರಿಭುಜೇ ಕರ್ಣರೇಖಾ ೧೩ (ತ್ರಯೋದಶ) ಆಧಾರಭುಜಃ ೧೨ (ದ್ವಾದಶ) ಲಂಬರೇಖಾ ೫ (ಪಂಚ)। ಏವಂಸ್ಯಾದ್ಯದಿತದಾನ್ಯೂನಕೋನ ಮಧಿಕೃತ್ಯಷಣ್ಣಿಷ್ಪತ್ತಿಕ್ರಮಾನ್ ವದತ ।

(೧) ಬಕೋನಸ್ಯಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}} = \frac{೫}{೧೩}$

(೨) ಬಕೋನಸ್ಯಕೋಟಿಜ್ಯಾ $\frac{\text{ಆಧಾರ ಬುಜಃ}}{\text{ಕರ್ಣಃ}} = \frac{೧೨}{೧೩}$

(೩) ಬಕೋನಸ್ಯಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಲಂಬಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}} = \frac{೫}{೧೨}$

(೪) ಬಕೋನಸ್ಯಕೋಟಿಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಆಧಾರಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}} = \frac{೧೨}{೫}$

(೫) ಬಕೋನಸ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕೋಟಿಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಆಧಾರಃ}} = \frac{೧೩}{೧೨}$

(೬) ಬಕೋನಸ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಜ್ಯಾ $= \frac{\text{ಕರ್ಣಃ}}{\text{ಲಂಬಃ}} = \frac{೧೩}{೫}$

(೧) ಜ್ಯಾ $\times$ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಜ್ಯಾ $= \frac{೫}{೧೩} \times \frac{೧೩}{೫} = ೧$

(೨) ಕೋಟಿಜ್ಯಾ $\times$ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕೋಟಿಜ್ಯಾ $= \frac{೧೨}{೧೩} \times \frac{೧೩}{೧೨} = ೧$

(೩) ಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $\times$ ಕೋಟಿ ಸ್ಪರ್ಶಜ್ಯಾ $= \frac{೫}{೧೨} \times \frac{೧೨}{೫} = ೧$

ಕೋಣವಿಷಯಂ

ಸಮಕೋಣಂ ೯೦ (ನವತಿ) ಸಮಾಂಶೈರ್ವಿಭಜ್ಯತೇ । ಪ್ರತ್ಯಂಶೋಽಪಿ 60 ಷಷ್ಟಿ ತುಲ್ಯಾಂಶೈರ್ವಿಭಜ್ಯತೇ । ಏತದಂಶಃ ಕಲೇತಿ (Minutes) ವ್ಯವಹ್ರಿಯತೇ । ಪುನಃ ಪ್ರತಿಕಲಾಮಪಿ (೬೦) ಷಷ್ಟಿ

ಸಮಾಂಶೈರ್ವಿಭಜ್ಯತೇ । ವಿಭಕ್ತೈಕಶಾಕಲಾಪಿ ವಿಕಲೇತಿ (Second) ವ್ಯವಹ್ರಿಯತೇ । ಪ್ರತಿಕೊನಃ ಂ ಅಂಶಃ, ಕಲಾ, ವಿಕಲಾಭಿರ್ನಿರ್ಮಾಯತೇ। ಏತಚ್ಚಿನ್ಹೈಃ ಂ। ॥ ಅಂಶಃ, ಕಲಾ, ವಿಕಲಾ ಇತಿ ಯಥಾಕ್ರಮಂ ನಿರೂಪ್ಯನ್ತೇ।

ಷಷ್ಟ್ಯಂಶವಿಭಾಗಕ್ರಮಃ (Sexagesimal measure) ಆಂಗ್ಲ ಪದ್ಧತಿಃ । ಪುನಃ ಶತಾಂಶಕ್ರಮಃ (Centesimal measure) ಫ್ರೆಂಚ್ ದೇಶೀಯ ಕ್ರಮಃ । ಏವಂ ಕೋನಮಾನಃ ದ್ವಿಪ್ರಕಾರೇಣ ಕ್ರಿಯತೇ । ಫ್ರೆಂಚ್‌ಮಾರ್ಗೇಶತಾಂಶಸ್ಯಪ್ರತ್ಯೇಕಭಾಗಂ 'ಗ್ರೇಡ್' ಇತಿ ವ್ಯವಹ್ರಿಯತೇ । ಅವಶಿಷ್ಟಃ ಪೂರ್ವವತ್ ।

ಏಕಯಾ ಪದ್ಧತ್ಯಾ ಕೋನಮಾನಂ ಅನ್ಯಪದ್ಧತೇಃ ಪರಿವರ್ತಯಿತುಂ ದತ್ತಕೋನಂ ಸಮಕೋನಂ ಪರಿವರ್ತಯೇತ್ ।

೬೦ ವಿಕಲಾಃ (೬೦″)=೧ ಕಲಾ (i)

೬೦ ಕಲಾಃ (೬೦′)=೧ ಅಂಶಃ (೧°)

೯೦ ಅಂಶಾಃ (೯೦°)=೧ ಸಮಕೋಣಃ

ಅಯಂಕ್ರಮಃ ಆಂಗ್ಲಪದ್ಧತಿಃ ಉತಷಷ್ಟ್ಯಂಶ ವಿಭಾಗಕ್ರಮಃ

೧೦೦ ವಿಕಲಾಃ (೧೦೦″)=೧ ಕಲಾ (೧′)

೧೦೦ ಕಲಾಃ (೧೦೦′)=೧ ಗ್ರೇಡ್ ಇತಿ (೧ಜಿ)

೧೦೦ ಗ್ರೇಡ್ (೧೦೦ಗ್ರೇ)=೧ ಸಮಕೋಣಃ

ಅಯಂಕ್ರಮಃ ಫ್ರೆಂಚ್‌ಪದ್ಧತಿಃ ಉತ ಶತಾಂಶಕ್ರಮಃ

(೧) ದತ್ತಕೋಣಃ (೨೩) ತ್ರಯೋವಿಶಂತ್ಗ್ರೇಡ್‌ಮಾನೇನ ವರ್ತತೇ । ಇದಂ ಸಮಕೋಣಂ ಕುರ್ಯಾತ್ ।

$$\frac{\text{ಯಥಾಅಂಶಃ ತ್ರಯೋವಿಂಶದ್ಭಾಗಃ}}{\text{ಛೇದಃ ಶತಾಂಶಭಾಗಃ}} = \frac{೨೩}{೧೦೦} = ೦.೨೩$$

ಉತಬಿನ್ದುಃ ದ್ವೇತ್ರೀಣಿ । ಸಮಕೋಣಃ ।

(೨) ೨ಗ್ರೇ ೧೩′ ೪.೫″ ದ್ವೆಗ್ರೇಡ್ ತ್ರಯೋದಶಕಲಾಃ ಚತ್ವಾರಿ ಬಿನ್ದು ಪಂಚವಿಕಲಾಃ ಮಾನ್ಯೈಃ ಭವನ್ತಿ । ಇದಂ ಆಂಗ್ಲಪದ್ಧತ್ಯಾ ಪರಿವರ್ತಯತ ।

೪.೫″ ಅಯಂಕೋಣಃ ೪.೫/೧೦೦೦೦೦೦ = ೦·೦೦೦೦೦೪೫

೧೩′ ,, ೧೩/೧೦೦೦ = ೦·೦೦೧೩೦೦೦

೨° ,, ೨/೧೦೦ = ೦·೦೨೦೦೦೦೦

ಸಮಕೋಣಃ= ೦·೦೨೧೩೦೪೫

೦·೦೨೧೩೦೪೫×೯೦=೧·೯೧೭೪೦೫ (ಡಿಗ್ರಿ) ಅಂಶಃ
೦·೯೧೭೪೦೫×೬೦=೫೫·೦೪೪೩ (ಮಿನಿಟ್) ಕಲಾ } ೧°,೫೫,′೨·೬೫೮″
೦·೦೪೪೩×೬೦=೨·೬೫೮ (ಸೆಕೆಂಡ್) ವಿಕಲಾ

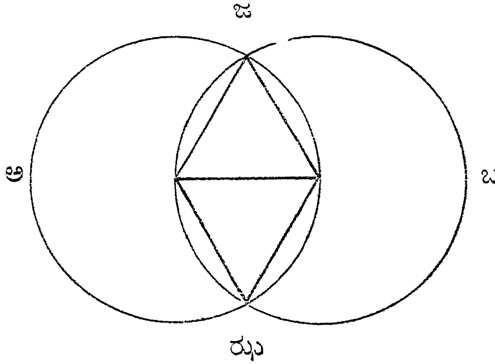
ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಶಬ್ದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:—ಭ=೨೭, ನಂದ=೯, ಅಗ್ನಿ=೩, ಖ=೦, ಬಾಣ=೫, ಸೂರ್ಯ=೧೨, ಶೈಲ=೭, ಆಕಾರ=೦, ಇನ್ದು=೧, ಅಕ್ಷಿ=೨, ಅಗ್ನಿ=೩, ಅಬ್ಧಿ=೪ ಇನ್ದ್ರಿಯ=೫, ಅಂಗ=೬, ಅಚಲ=೭, ಅನೀಕ=೮, ಅಂಕ=೯, ದಿಕ್=೧೦, ರುದ್ರ=೧೧, ಸೂರ್ಯ=೧೨, ವಿಶ್ವ=೧೩, ಇಂದ್ರ=೧೪, ಧೃತಿ=೧೮, ತೀರ್ಥಂಕರ=೨೪, ಭ=೨೭, ಸ್ವರ=೭, ಇಭ=೮, ವೇದ=೪, ವೈಶ್ವಾನರ=೩, ಅಶ್ವ=೭, ಋತು=೬, ಕರ=೨, ಕಷಾಯ=೪, ಕೇಶವ=೯, ಖರ=೬, ಗತಿ=೪, ಗುಣ=೩, ಗ್ರಹ=೯, ತರ್ಕ=೬. ಇದೇ ಶಬ್ದಗಳ ಪರ್ಯಾಯ ಪದಗಳಿಗೂ ಇದೇ ಬೆಲೆ ಇರುತ್ತೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ:— ಸೂರ್ಯ=೧೨, ದಿವಾಕರ,=೧೨, ದಿನಮಣಿ=೧೨.

ಶ್ರೀಃ

ರೇಖಾಗಣಿತಂ

೧. ಪ್ರಥಮಂ ಕ್ಷೇತ್ರಂ

ತತ್ರಯದಾಸಮತ್ರಿಭುಜಂ ಕ್ಷೇತ್ರಂ ಕರ್ತವ್ಯಮಸ್ತಿ । ತತ್ರ ಅಬರೇಖಾಚ ಜ್ಞಾತಾಸ್ತಿ । ತದುಪರಿತ್ರಿಭುಜಂಕ್ರಿಯತೇ ತದ್ಯಥಾ ।



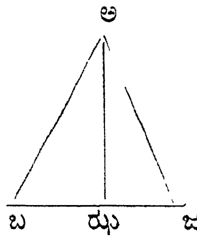
ಆಕೃತಿಃ ೧

ಅಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ **ಅಬ** ವ್ಯಾನಾರ್ಧೇನ ವೃತ್ತಂ ಕಾರ್ಯಂ । ಏವಂ **ಬಂ** ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ **ಬಅ** ವ್ಯಾಸಾರ್ಧೇನ ದ್ವಿತೀಯಂ ವೃತ್ತಂ ಕಾರ್ಯಂ । ಯತ್ರವೃತ್ತದ್ವಯ ಸಂಪಾತಸ್ತತ್ರ **ಜ** ಚಿನ್ಹಂ **ಝ** ಚಿನ್ಹಂ ಚ ಕಾರ್ಯಂ । ತತ್ರ **ಅಜ** ರೇಖಾ, **ಬಜ**ರೇಖಾ, **ಅಝ**ರೇಖಾ, **ಬಝ** ರೇಖಾ ಚ ಕಾರ್ಯಾ । ಏವಮತ್ರ **ಅಬಜ** ತ್ರಿಭುಜಂ **ಅಬಝ** ತ್ರಿಭುಜಂ ಸಮಾನತ್ರಿಭುಜದ್ವಯಂ ಜಾತಂ । ಕುತಃ । **ಅಬ**ರೇಖಾ **ಅಜ**ರೇಖಾ ಸಮಾನಾಽಸ್ತಿ । ಯತೋ **ಬಜ** ವೃತ್ತಸ್ಯ ವ್ಯಾನಾರ್ಧಮಸ್ತಿ । ಪುನರ್**ಬಜ**

ರೇಖಾ **ಬಅ** ರೇಖಾ ಸಮಾನಾಽಸ್ತಿ । **ಅಜ** ವೃತ್ತಸ್ಯ ವ್ಯಾಸಾರ್ಧತ್ವಾತ್ । ಪುನರ್ಬಜಂ **ಅಜಂ** ಸಮಾನಂಜಾತಂ । ಅಬತುಲ್ಯತ್ವಾತ್ ತಸ್ಮಾದ್ವ್ಯಾಜ ರೇಖಾತ್ರಯಂ ಮಿಥಃ ಸಮಾನಂ ಜಾತಂ । ಇದಮೇವಾಽಸ್ಮಾಕಮಿಷ್ಟಂ ॥

೨. ದ್ವಿತೀಯಂ ಕ್ಷೇತ್ರಂ

ತತ್ರಯಸ್ಯ ತ್ರಿಭುಜಸ್ಯ ಭುಜದ್ವಯಂ ಸಮಾನಂ ತಸ್ಯ ತೃತೀಯ ಭುಜೋಪರಿ ಸಂಲಗ್ನಕೋಣದ್ವಯಂ ಸಮಾನಂ ಭವತಿ ।



ಆಕೃತಿಃ ೨

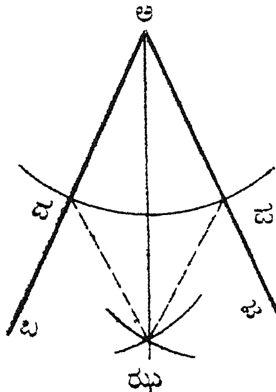
ಯಥಾ **ಅಬಜ** ತ್ರಿಭುಜೇ **ಅಬಂ ಅಜಂ** ಸಮಾನಮಸ್ತಿ । ತದಾ ಅಬಜಕೋಣ ಅಜಬಕೋಣೌ ಸಮಾನೌ ಭವಿಷ್ಯತಃ । ಅತ್ರೋಪಪತ್ತಿಃ ।

ಬಜ ರೇಖಾಯಾಂ **ಝ** ಚಿಹ್ನಂ ಕುರ್ಯಾತ್ । ಅಝ ರೇಖಾಕಾರ್ಯಾ । ಯಥಾ ಬಅಜ ಕೋಣಂ ಸಮದ್ವಿಭಾಗಂ ಕರೋತಿ ।

ಸಾಧನಂ.— **ಅಜಝ** ತ್ರಿಭುಜೇ ಅಬಝ ತ್ರಿಭುಜೇ **ಜಅ** ಭುಜಃ **ಬಅ** ಭುಜೇನ ಸಮಾನೋ ಭವತಿ । ಬಅಝ ಕೋಣಃ ಜಅಝ ಕೋಣೇನ ಸಮಾನೋ ಭವತಿ । **ಅಝ** ಭುಜಃ ಸಾಮಾನ್ಯಃ ದ್ವಯೋಃ ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ । ತತಃ ಅಝಬ ಕೋಣಃ ಅಝಜ ಕೋಣೇನಸಮಾನಃ । ತಸ್ಮಾತ್ ಅಬಝ ಅಝಜ ತ್ರಿಭುಜೌ ಸಮಾನೌ ಸರ್ವೇ ವಿಷಯೇ । ಅಯಂ ತೃತೀಯ ಭುಜಸ್ಯ ಸಂಲಗ್ನಕೋಣದ್ವಯಂ ಸಮಾನಂ ಭವತಿ ।

ತಸ್ಮಾತ್ ಅಬಜ ಅಜಬ ಕೋಣೌ ಸಮಾನೌ ಭವತಃ । ಇದಮೇವಾಽಸ್ಮಾಕಮಿಷ್ಟಂ ।

೩. ತೃತೀಯ ಕ್ಷೇತ್ರಂ



ಆಕೃತಿಃ ೩

ದತ್ತಕೋಣಸ್ಯ ಸಮಾರ್ಧಂ ಕುರ್ಯಾತ್। **ಬಅಜ** ಕೋಣಃ ದತ್ತಕೋಣಃಸ್ಯಾತ್ । ಅಯಂ **ಬಅಜ** ಕೋಣಂ ಸಮಾರ್ಧಂ ಕುರ್ಯಾತ್ । ರಚನಾ—**ಅ** ಇತಿ ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾಯತ್ಕಿಂಚಿತ್ ಆನುಕೂಲ್ಯತ್ರಿಜ್ಯೇನವೃತ್ತಂ ರಚಯತ । ಏತದ್ವೃತ್ತಂ **ಅಬ** ಇತಿ ಸರಳರೇಖಾಂ ತಥಾಚ **ಅಜ** ಇತಿ ಸರಳರೇಖಾಂಚ ಯಥಾಕ್ರಮಂ **ದಹ** ಬಿನ್ದ್ವೋಃ ಕೃನ್ತತು। ಪುನಃ **ದ** ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ **ದಹ** ತ್ರಿಜ್ಯಯಾ ವೃತ್ತಾಂಶಂ ರಚಯತ । ತಥಾಚ **ಹ** ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ **ಹದ** ತ್ರಿಜ್ಯಯಾ ಅನ್ಯದ್ವೃತ್ತಾಶಂ ರಚಯತ । ಪ್ರಥಮವೃತ್ತಾಂಶಃ ದ್ವಿತೀಯ ವೃತ್ತಾಂಶಂ **ಝ** ಬಿನ್ದೌ ಕೃನ್ತತು। **ಅ** ಬಿನ್ದುಂ **ಝ** ಬಿನ್ದುನಾ ಸಂಯೋಜಯ । ಅದ್ಯ **ಅಝ** ಇತಿ ಸರಳರೇಖಾ **ಬಅಜ** ಕೋಣಂ ಸಮಾರ್ಧಂ ಕರೋತಿ । ತದ್ಯಥಾ । ಪ್ರತಿಪಾದನಂ (Proof) **ದಝ** ರೇಖಾ **ಹಝ** ರೇಖಾಕಾರ್ಯಾ । ಅದ್ಯ **ಅಹಝ ಅದಝ** ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ **ಅಹ** ಇತಿ

ಬಾಹುಃ **ಅದ** ಇತಿ ಬಾಹ್ವೋಃ ತುಲ್ಯಂ ಭವತಿ । ಯತಃ ಏತೌ ಏಕ ವೃತ್ತಸ್ಯ ತ್ರಿಜ್ಯೇ । **ಅಝು** ಇತಿ ಬಾಹುಃ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯಃ । **ಹಝು** ಇತಿ ಬಾಹುಃ ಝುದ ಇತಿ ಬಾಹ್ವೋಃ ಸಮಾನೋ ಭವತಿ । ಯತಃ ಸಮಾನವೃತ್ತಸ್ಯತ್ರಿಜ್ಯೇ ಏತೇ । ತಸ್ಮಾತ್ ದ್ವೌತ್ರಿಭುಜೌ ಸರ್ವೇ ವಿಷಯೇ ಸಮಾನೌ । ತದಾ । **ದಅಝು** ಕೋಣಃ **ಹಅಝು** ಕೋಣೇನ ಸಮಾನಃ । ಏತೇನ ಅಝು ರೇಖಾ ಬಅಜ ದತ್ತಕೋಣಂ ಸಮಾರ್ಧಂ ಕರೋತಿ । ಇದಮೇವಾಽ ಸ್ಮಾಕಮಭೀಷ್ಟಂ ।

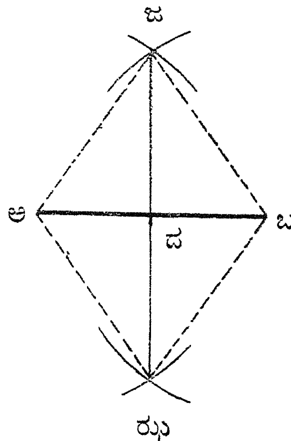
ಅಸ್ಯರೀತಿಃ— ತತ್ರಕೋಣಸ್ಯ ಸಮಾನ ಭಾಗದ್ವಯಕರಣಂ ಪ್ರದರ್ಶ್ಯತೇ । ತದ್ಯಥಾ । **ಬಅಜ** ಕೋಣಃ ಕಲ್ಪನೀಯಃ । **ಬಅ** ಭುಜೇ **ದ** ಚಿನ್ಹಂಕಾರ್ಯಂ । ತತ್ತುಲ್ಯ ದ್ವಿತೀಯೇಽಪಿಭುಜೇ **ಹ** ಚಿನ್ಹಕಾರ್ಯಂ । **ದಹ** ರೇಖಾಚಕಾರ್ಯಾ । **ದಹ** ರೇಖೋಪರಿ **ದಹಝುಂ** ಸಮತ್ರಿಭುಜಂ ಕಾರ್ಯಂ । **ಅಝು** ರೇಖಾ ಕಾರ್ಯಾ । ಇಯಂ ರೇಖಾ ಅ ಕೋಣಸ್ಯ ಸಮಭಾಗದ್ವಯಂ ಕರೋತಿ ।

ಯತಃ **ಅಝುದ**ತ್ರಿ ಭುಜೇ ಹಅಝು ತ್ರಿಭುಜೇ **ದಅ** ಭುಜಃ **ಹಅ** ಭುಜಶ್ಚ ಮಿಥಃ ಸಮಾನಃ । **ದಝು** ಭುಜ **ಹಝು** ಭುಜೌ ಸಮಾನೌ । **ಅಝು** ಉಭಯೋರೇಕಏವಾಸ್ತಿ । ತಸ್ಮಾತ್ ಉಭಯೋಃ ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ ಭುಜಾಃ ಸಮಾನಾಃ ಭವನ್ತಿ । ಕೋಣಾ ಅಪಿಸಮಾನಾ ಭವನ್ತಿ । ತಸ್ಮಾತ್ **ಜಅದ** ಕೋಣಃ ಝುಅಹ ಕೋಣೇನ ಸಮಾನಃಜಾತಃ । ತದೇವ ಮುಪಪನ್ನಂ ಯಥೋಕ್ತಂ ।

೪. ಚತುರ್ಥ ಕ್ಷೇತ್ರಂ

ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಃ ಸಮವಿಭಾಗಃ ಕಾರ್ಯಃ । **ಅಬ** ಇತಿ ಋಜುರೇಖಾ ದತ್ತಸರಳರೇಖಾ ಭವತು । ಇಯಂ **ಅಬ** ದತ್ತರೇಖಾ ಸಮವಿಭಾಗಃ ಕಾರ್ಯಃ । ರಚನಾ—**ಅ** ಇತಿ ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ **ಅಬ** ರೇಖಾಂ ತ್ರಿಜ್ಯಂ ವಿಧಾಯ ಉಭಯೋಃ ಪಾರ್ಶ್ವಯೋಃ ಪರಿಧಿದ್ವಯಂ ಕುರುತ । ತಥೈವ **ಬ** ಇತಿ ಕೇನ್ದ್ರೇಣಾಪಿ **ಬಅ** ತ್ರಿಜ್ಯಯಾ ಅನ್ಯತ್ಪರಿಧಿ

ದ್ವಯಂ ರಚಯತ । ಉಭಯೋಃ ಪಾರ್ಶ್ವಯೋಃ । ಏತದ್ವೃತ್ತದ್ವಯಮಪಿ **ಜ** ಇತಿ ಬಿನ್ದೌ ಅನ್ಯಚ್ಚ **ಝ** ಇತಿ ಬಿನ್ದೌ ಚ ಪರಸ್ಪರಂ ಕೃನ್ತತು। ಅಧ್ಯ **ಜ** ತಥಾ **ಝ** ಇತಿ ಬಿನ್ದುದ್ವಯಂ ಋಜುರೇಖಯಾ ಸಂಯೋಜಯತ। **ಅಬ** ಇತಿ ದತ್ತಸರಳರೇಖಾಂ **ಜಝ** ರೇಖಾ **ದ** ಬಿನ್ದೌ ಕೃನ್ತತು। ತದಾ **ಅಬ** ಇತಿ ದತ್ತಸರಳರೇಖಾ **ದ** ಇತಿ ಬಿನ್ದೌ ಸಮದ್ವಿಭಾಗಃ ಕೃತಃ।



ಆಕೃತಿಃ ೪

ಪ್ರತಿಪಾದನಕ್ರಮಃ— **ಅಜ, ಅಝ** ಬಜ, ಬಝ ರೇಖಾಃ ಸಂಯೋಜಯತ। ಅಧ್ಯ **ಅಜಝ ಬಜಝ** ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ **ಅಜ** ರೇಖಾ **ಬಜ** ರೇಖಯಾ ಸಮಾನಾ। ಯತಃ ತೇ ಸಮಾನವೃತ್ತಯೋಃ ತ್ರಿಜ್ಯೇಸ್ತಃ। ತಥಾಚ **ಅಝ** ಬಝಯಾ ಸಮಾನಾ ಜಾತಾ । ಯತಃ ತೇ ಸಮಾನವೃತ್ತಯೋಃ ತ್ರಿಜ್ಯೇಸ್ತಃ । ಜಝ ಇತಿ ಸರಳರೇಖಾ ಉಭಯೋಸ್ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ ಸಾಮಾನ್ಯೋಭವತಿ। ಅತಃ ಅಜಝ ಕೋಣಃ ಬಜಝ ಕೋಣೇನ ಸಮಾನೋ ಭವತಿ ।

ಪುನಃ **ಅಜದ ಬಜದ** ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ **ಅಜ** ಇತಿ ಭುಜಃ **ಬಜ** ಇತಿ ಭುಜೇನ ಸಮಾನಃ । ಯತಃ ಸಮಾನ ವೃತ್ತಯೋಃ ತ್ರಿಜ್ಯೇ ಭವತಃ ।

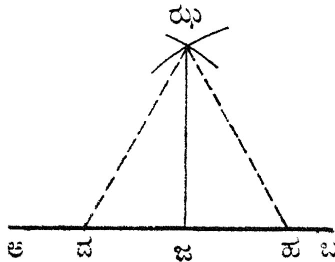
ಉಭಯೋಃ ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ **ಜದ** ಸಮಾನ ಭುಜಃ । ತಥಾಚ **ಅಜದ** ಕೋಣಃ ಬಜದ ಕೋಣೇನ ಸಮಾನಃ ತಸ್ಮಾತ್ **ಅದ** ಭುಜಃ **ಬದ** ಭುಜೇನ ಸಮಾನಃ। ತಸ್ಮಾತ್ **ಅಬ** ಇತಿ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾ **ದ** ಬಿನ್ದಾ ಸದೃಶ ಸಮಭಾಗೇನ ವಿಭಾಗಃ ಕೃತಃ ।

ಅನ್ಯರೀತಿಃ— ತತ್ರಯದ್ರೇಖಾಯಾಃ ಸಮಾನಂ ಭಾಗದ್ವಯಮಪೇಕ್ಷಿತಂ ಭವತಿ । ತದಾತದ್ರೇಖೋ ಪರಿಸಮತ್ರಿಭುಜಂ ಕಾರ್ಯಂ । ಯಥಾ ಅಬರೇಖೋಪರಿ ಸಮಂ ಅಬಜಂ ತ್ರಿಭುಜಂ ಕೃತಮಸ್ತಿ । ಪುನಸ್ತತ್ರ ಜಕೋಣಸ್ಯ **ಜದ** ರೇಖಯಾ ಸಮಾನಂ ಭಾಗದ್ವಯಂಕೃತಂ । ತದಾ **ಜದ**ರೇಖಾ **ಅಬ** ರೇಖಾಯಾ ಅಪಿ ಸಮಾನಂ ಭಾಗದ್ವಯಂ ಕರಿಷ್ಯತಿ ।

ಅತ್ರೋಪಪತ್ತಿಃ.—**ಅದಜ** ತ್ರಿಭುಜೇ **ಅಜ** ಭುಜಃ **ಜದ** ಭುಜಃ **ಅಜದ** ಕೋಣಶ್ಚ **ದಬಜ** ತ್ರಿಭುಜಸ್ಥೇನ **ಬಜ** ಭುಜೇನ **ಜದ** ಭುಜೇನ **ಬಜದ** ಕೋಣೇನಚ ಸಮಾನಃ। ತಸ್ಮಾತ್ **ಅದಂ ಬದಂ** ದ್ವಯಮಪಿ ಸಮಾನಂ । ತದೇವ ಮುಪಪನ್ನಂ ರೇಖಾಯಾಃ ಸಮಾನಂ ಭಾಗದ್ವಯ ಕಾರಣಂ ॥

೫. ಪಂಚಮಕ್ಷೇತ್ರಂ

ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಂ ತಸ್ಯಾಂ ರೇಖಾಯಾಮೇವನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿನ್ದ್ವೋಃ ಲಂಬರೇಖಾಯಾಃ ನಿರ್ಮಾಣಃ ।



ಆಕೃತಿಃ ೫

ಅಬ ಇತಿ ರೇಖಾ ದತ್ತಾ ಸರಳರೇಖಾಸ್ಯಾತ್ । ತಸ್ಯಾಂ **ಜ** ಇತಿ ಬಿನ್ದುಃ ನಿರ್ದಿಷ್ಟಬಿನ್ದುರ್ಭವತು । ಅದ್ಯಜಬಿನ್ದೋಃ ಊರ್ಧ್ವಾಲಂಬರೇಖಾಯಾಃ ನಿರ್ಮಾಣಃ ಕಾರ್ಯಃ । ಅಜ ರೇಖಾಯಾಂ **ದ** ಚಿನ್ಹಂ ಕಾರ್ಯಂ । ಜಬ ರೇಖಾಯಾಂಚ **ಜಹ** ರೇಖಾಂ **ಜದ** ರೇಖಯಾ ತುಲ್ಯಪ್ರಮಾಣೇನ ರಚಯುತ । ದಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾದಹತ್ರಿಜ್ಯಯಾ **ಹ** ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ **ಹದ** ತ್ರಿಜ್ಯಯಾ ದ್ವಾವಸಮಾನಾ ವೃತ್ತೌರಚಯುತ । ಉಭಯೋ ವೃತ್ತೇ **ಝ** ಇತಿ ಬಿನ್ದೌ ಪರಸ್ಪರಂ ಕೃನ್ತಮಾನೇಸ್ಯಾತಾಂ। ಅಧುನಾ ಜಝ ಸಂಯೋಜಯ । ತದಾ ಜಝ ಊರ್ಧ್ವಾರೇಖಾ ಲಂಬೋಭವೇತ್ ।

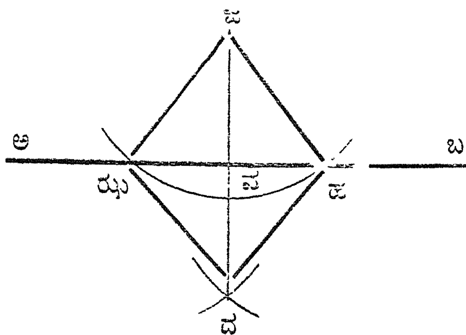
ನಿರ್ಣಯಃ—ದಝ, ಹಝ ಸಂಯೋಜಯ । ಅಧುನಾ **ದಜಝ** ತ್ರಿಭುಜೇ ದಜಭುಜಃ ಹಜಝ ತ್ರಿಭುಜೇ ಹಜಭುಜಃ ತುಲ್ಯೋಭವತಿ । ದಝಭುಜಃ ಹಝಭುಜೇನ ತುಲ್ಯೋಽಸ್ತಿ । ಜಝಭುಜಃ ಉಭಯ ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ ಸಾಮಾನ್ಯಃ । ತತಃ ದಜಝಕೋಣಃ ಹಜಝ ಕೋಣಸ್ಯತುಲ್ಯೋ ಭವತಿ । ಅನುಕೋಣೌಪಾರ್ಶ್ವಕೋಣೌ । ಸಮಕೊಣೌಭವೇತಾಂ । ತಸ್ಮಾತ್ ಜಝಭುಜಃ ಅಬ ಇತಿ ದತ್ತ ಸರಳ ರೇಖಾಯಾಃ **ಜ**ಬಿನ್ದೌ ರಚಿತ ಲಂಬರೇಖಾ ಭವತಿ । ಏತದಮೇವಾಽಭೀಷ್ಟಂ ।

ಅನ್ಯರೀತಿಃ—ತತ್ರೈಕರೇಖಾಯಾ ಮಭೀಷ್ಟಾಚಿನ್ಹಾಲ್ಲಮ್ಬೋ ನಿಷ್ಕಾಸನೀಯೋಽಸ್ತಿ । ಯಥಾ ಅಬ ರೇಖಾಯಾಂ **ಜ** ಚಿನ್ಹಂ ದತ್ವಾ ತಸ್ಮಿಲ್ಲಮ್ಬೋ ನಿಷ್ಕಾಸನೀಯೋಽಸ್ತಿ। ತದ್ಯಥಾ । ಅಬ ರೇಖಾಯಾಂ **ದ** ಚಿನ್ಹಂದೇಯಂ। ಜದತುಲ್ಯಂ ಜಹಂಕಾರ್ಯಂ। **ದಹ** ರೇಖಾಯಾಂ ಸಮತ್ರಿಭುಜಂ ದಝಹಂಕಾರ್ಯಂ । ಪುನಃ ಝಜ ರೇಖಾಕಾರ್ಯಾ। ಇಯಮೇವಲಂಬ ರೂಪಾಜಾತಾ ।

ಅತ್ರೋಪಪತ್ತಿಃ—ದಜಝ ತ್ರಿಭುಜಸ್ಯ ಭುಜತ್ರಯಂ ಹಝಜಸ್ಯ ಭುಜೈಃ ಸಮಾನಾಽಸ್ತಿ । ಝಜದ ಕೋಣ ಝಜಹ ಕೋಣೌ ಜಚಿನ್ಹಸ್ಯ ಸಮಾನೌ । ತಸ್ಮಾತ್ ಜಸ್ಯದ್ವಾಕೋಣೌ ಸಮಕೋಣೌಜಾತೌ । ಝಜ ರೇಖಾಲಮ್ಬೋಜಾತಃ । ತದೇವ ಮುಪಪನ್ನಂಚಿನ್ಹಾಲ್ಲಮ್ಬ ಕರಣಂ ।

೬. ಷಡಕ್ಷೇತ್ರಂ

ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಃ ಬಾಹ್ಯೇ ದತ್ತ ಬಿನ್ದೋಃ ಲಂಬರೇಖಾ ನಿರ್ಮಾಣಃ। ಅದ್ಯ ಅಬ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಸ್ಯಾತ್। **ಜ** ಇತಿ ಬಿನ್ದುಃ ದತ್ತ ರೇಖಾಯಾಃ ಬಾಹ್ಯೇ ದತ್ತ ಬಿನ್ದುರ್ಭವೇತ್। ದತ್ತಬಿನ್ದೋಃ ಲಂಬರೇಖಾ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಃ ರಚಯಿತವ್ಯಂ।



ಆಕೃತಿಃ ೬

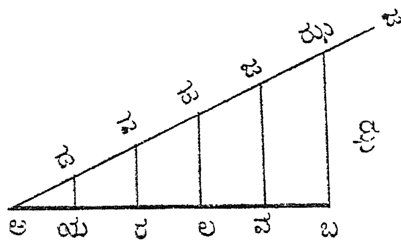
ಅಧುನಾ ಜ ಇತಿ ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂಕೃತ್ವಾ ಏನಕೇನ ತ್ರಿಜ್ಯೇನ ವೃತ್ತಮೇಕಂ ರಚಯತ। ತದ್ವೃತ್ತಪರಿಧಿಃ ದತ್ತರೇಖಾಂ ದ್ವಯೋಃ ಝಬಿನ್ದ್ವಾ ತಥಾ ಹ ಬಿನ್ದ್ವಾ ಕೃನ್ತತು। ಪುನಃ ಝಹ ಬಿನ್ದುಂ ಕೇನ್ದ್ರಂ ಕೃತ್ವಾ ಏನಕೇನತ್ರಿಜ್ಯೇನತುಲ್ಯಪ್ರಮಾಣವೃತ್ತದ್ವಯಂ ರಚಯತ। ತಯೋಃ ಪರಿಧಿಃ ದ ಇತಿ ಬಿನ್ದ್ವಾ ಪರಸ್ಪರಂ ಕೃನ್ತತಾಂ। ಜಝ ಜಹ ಸಂಯೋಜಯ। ಅಬ ಇತಿ ಸರಳರೇಖಾ ಜದ ಸರಳರೇಖಾಂವ ಇತಿ ಬಿನ್ದ್ವಾ ಛಿದ್ಯತಾಂ। ಅದ್ಯ ಜವ ಇತಿ ಸರಳರೇಖಾ ಅಬ ಇತಿ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಃ ಲಮ್ಬೋಭವೇತ್।

ನಿರ್ಣಯಃ—ಝಜದ ಜದಹ ಇತಿ ತ್ರಿಭುಜೌ **ಜಝ, ಜಹ** ಇತಿಭುಜೌ ತುಲ್ಯೌ। ತಥೈವ **ಝದ ಹದ** ಭುಜೌ ಸಮಾನೌ। ಯತಃ ಏತೇ ಸಮಾನವೃತ್ತಸ್ಯ ತ್ರಿಜ್ಯಾಃ ಭವನ್ತಿ। ಜದ ಇತಿ ಭುಜಃ ಉಭಯ ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ ಸಾಮಾನ್ಯಃ। ತತಃ **ಝಜವ** ಕೋಣಃ **ಹಜವ**

ಕೋಣಸ್ಯ ಸಮಾನಃ । ಪುನಃ ಝಜವ ಹಜವ ತ್ರಿಭುಜಯೋಃ ಜವಝ ಕೋಣಃ ಜವಹ ಕೋಣೇನ ಸಮಾನಃ ಇಮೌ ಆಸನ್ನಕೋಣೌ । ತತಃ ಜವ ರೇಖಾಲಮ್ಬೋಭವತಿ ।

೭. ಸಪ್ತಮಕ್ಷೇತ್ರಂ

ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಃ ಪಂಚಸಮಾನ ವಿಭಾಗಕ್ರಮಃ। ಅಬ ಇತಿ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಸ್ಯಾತ್ । ಅ ಬಿನ್ದೋಃ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾಯಾಂ ಯತ್ಕಿಂಚಿತ್ ಕೋಣಂ ರಚಯತ। ಅಯಂ ಬಅಜ ಕೋಣೋ ಭವೇತ್ ।



ಆಕೃತಿಃ ೭

ಅದ ಇತಿ ರೇಖಾಯಾಮಾನಸ್ಯ ಸದೃಶಾನ್ ಚತುರೋ ಭಾಗಾನ್ ಕುರುತ। ಅಝ ಇತಿ ರೇಖಾ ಅದ ಇತಿ ರೇಖಾಯಾಃ ಪಂಚಗುಣಾಧಿಕಃ। ಅದ್ಯ ಝ ಇತಿ ಬಿನ್ದುನಾ ಬ ಇತಿ ಬಿನ್ದುಂ ಸಂಯೋಜಯತ । ದ,ವ,ಹ, ಜ ಇತಿ ಬಿನ್ದುಭ್ಯಃ ಝಬ ಇತಿ ರೇಖಾಯಾಃ ಸಮಾನಾಂತರ ಋಜು ರೇಖಾಂ ಕರ್ಷತ । ಅದ್ಯ ಅಬ ಇತಿ ದತ್ತ ಸರಳರೇಖಾ ಪಂಚಸಮ ವಿಭಾಗಾಕ್ರಿಯತೇ ।

ಅದ ಇತಿ ರೇಖಾ **ದವ** ಇತಿ ರೇಖಾಯಾಃ ಸದೃಶಾ ಭವತಿ । ದಯ ಇತಿ ರೇಖಾ ಝಬ ಇತಿ ರೇಖಾಯಾಃ ಸಮಾನಾನ್ತರರೇಖಾ ಭವೇತ್ । ಇಮಾರೇಖಾಃ ಪರಸ್ಪರೇಣ ಸದೃಶಾಭವನ್ತಿ । ಅತಃ ಅಬ ಇತಿ ದತ್ತ ರೇಖಾ ಸದೃಶಪಂಚವಿಭಾಗಾಃ ಕ್ರಿಯತೇ ।

12೩—44. ಬೆಂಗಳೂರು ಸಿಟಿ ಬೆಂಗಳೂರು ಪ್ರೆಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಸೂಪರಿಂಟೆಂಡೆಂಟರಾದ
ಜಿ. ಶ್ರೀನಿವಾಸರಾಯರವರು ಮುದ್ರಿಸಿರುವರು

ತಯಾರಾಗಿರುವ ಪುಸ್ತಕಗಳ ವಿವರ

೧.	ಬಾಲ ರಾಮಾಯಣ (ಬಾಲಕಾಂಡ ಅರಣ್ಯಕಾಂಡಗಳು)	೦	೦	೬
೨.	ರಾಮೋದನ್ತ (ಬಾಲಕಾಂಡ ಸುಂದರಕಾಂಡಗಳು) ..	೦	೦	೬
೩.	ಸಂಸ್ಕೃತ–ಹಿಂದೀ ಬಾಲಬೋಧಿನೀ (ದೇವನಾಗರಿಲಿಪಿ)	೦	೨	೬
೪.	ಇಂಗ್ಲಿಷ್–ಸಂಸ್ಕೃತ–ಹಿಂದೀ–ಕನ್ನಡ ಬಾಲಬೋಧಿನಿ ..	೦	೪	೦
೫.	ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಅಮರಕೋಶ (ಮನುಷ್ಯವರ್ಗ) ..	೦	೧	೦
೬.	ಖಗೋಳ ವೈಚಿತ್ರ್ಯಂ	೦	೩	೦
೭.	ಭೌತಿಕ ಶಾಸ್ತ್ರಂ	೦	೩	೦
೮.	ಮಾನವಾನಾಂ ಗತವೈಭವ	೦	೩	೦
೯.	ಪ್ರಾರಂಭಕ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಂ	೦	೧೨	೦
೧೦.	ಹಿಂದೀ–ಕನ್ನಡ ಸ್ವಯಂಬೋಧಿನಿ ..	೦	೮	೦

ದೊರೆಯುವ ಸ್ಥಳ:—

ಬಿ. ಶಾಮಣ್ಣ

ಜಿ. ಸಿ. ಆಡಿಟರ್

ಡೋರ್ ನಂ. ೨೯೯, ೬ನೇ ಮೈನ್‌ರೋಡ್, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂ ಪೋಸ್ಟು,

ಬೆಂಗಳೂರು ಸಿಟಿ.